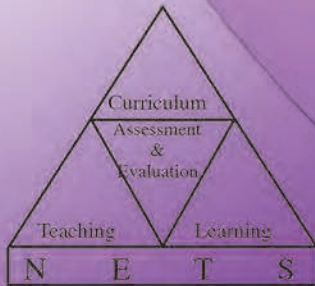




க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2016

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்

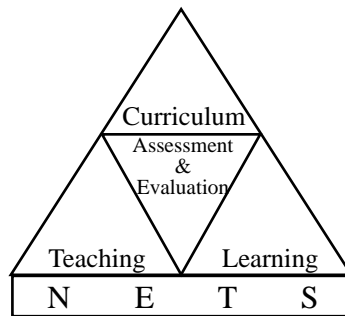


ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2016

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்



ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

முழுப்பதிப்புரிமையுடையது.

இணைந்த கணிதம்

மதிப்பீட்டு அறிக்கை - க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2016

நிதி அனுசரணை

எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலை
கல்விமுறைமையை மாற்றியமைக்கும் செயற்றிட்டம்
(TSEP - WB)

அறிமுகம்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர உயர் தரப் பரீட்சையானது இலங்கையின் உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதிச் சான்றிதழ்ப் பரீட்சையாகும். உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதியில் மாணவர்களின் அடைவு மட்டத்தைச் சான்றுப்படுத்தல் இப் பரீட்சையின் முக்கிய நோக்காக இருந்த போதும் தேசிய பல்கலைக்கழகங்கள், வேறு கல்வி மற்றும் தொழில் பயிற்சி நிறுவனங்கள், தேசிய கல்வியியல் கல்லூரிகள் என்பவற்றுக்குத் தகைமையானோரைத் தெரிவு செய்தலும் இப்பரீட்சையின் பெறுபேறுகளின் அடிப்படையில் இடம்பெறுவதால் அடைவுப் பரீட்சையாகவும் தேர்வுப் பரீட்சையாகவும் க.பொ.த (உ.தர)ப் பரீட்சை மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த தன்மையைப் பெறுகிறது. மேலும் மூன்றாம் நிலையில் தொழிலில் பிரவேசிப்பதற்கான தகைமையை சான்றுப்படுத்தும் பரீட்சையாகவும் இது ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றது. இப்போது 2016ஆம் ஆண்டில் இப்பரீட்சைக்காக 211865 வரையிலான பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளும் 46328 வரையிலான தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளும் தோற்றியிருந்தனர்.

இப்பரீட்சையில் உயர் அடைவு மட்டத்தைப் பெறுவதற்காக மாணவர்களும் அவர்களின் எதிர்பார்ப்புகளை நிறைவு செய்வதற்காக ஆசிரியர்களும் பெற்றோரும் பெரிதும் முயற்சி செய்கின்றனர். இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையை அவர்களின் அந்த எதிர்பார்ப்புக்களை நிறைவேற்றுவதற்கு உதவும் பொருட்டே இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் தயாரித்துள்ளது. இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையில் உள்ளடக்கப்பட்ட தகவல்கள் பரீட்சையை எதிர்பார்த்திருப்போர், ஆசிரியர்கள், அதிபர்கள், ஆசிரிய ஆலோசகர்கள், பாடப் பொறுப்புக் கல்விப் பணிப்பாளர்கள், பெற்றோர், கல்வி ஆய்வாளர்கள் அனைவருக்கும் பயன்படும் என்பதில் ஐயமில்லை. அதனால் இவ் அறிக்கை பலபேருடைய பரிசீலனைக்காக கிடைக்கச் செய்தல் மிகப்பொருத்தமானதாகும்.

இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கை I, II, III என மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

க.பொ.த (உ.தர) இணைந்த கணித பாடத்தின் நோக்கம், பாட அடைவு பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி I இல் அடங்கியுள்ளது. இப்பகுதியில் பாடத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை, அவர்கள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், மாவட்ட மட்டத்தில் பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், வகுப்பாயிடைக்கேற்ப புள்ளிகளின் பரம்பல் ஆகிய பாட அடைவு பற்றிய புள்ளிவிபரத் தகவல்களும் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றில் வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்பட்ட விதம், அவ்வினாக்களுக்கும் அவ்வினாக்களின் பகுதிகளுக்கும் புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம் என்பன பற்றி விரிவாகக் குறிப்பிடும் பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. க.பொ.த (உ.தரம்) - 2016 பரீட்சையில் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றுக்கான வினாக்கள் அவ்வினாக்களுக்கு பரீட்சார்த்திகள் விடைகள் அளித்திருந்தமை பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி II இல் அடங்கியுள்ளன. அதில் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றின் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடைகள் அளித்தமை பற்றிய அவதானிப்புக்கள், முடிவுகள், பாட அடைவை மேம்படுத்துவதற்கான ஆலோசனைகள் என்பனவும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களத்தின் ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை மூலம் விடைத்தாள் மதிப்பீட்டில் ஈடுபட்ட பிரதம பரீட்சகர், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர், உதவிப் பரீட்சகர்கள் ஆகியோரால் முன்வைக்கப்பட்ட தகவல்கள், அவதானிப்புகள், கருத்துகள், ஆலோசனைகள், மரபு ரீதியான சோதனைக் கோட்பாடு (Classical Testing Theory) மற்றும் உருப்படித் துலங்கல் கோட்பாடு (Item Response Theory) என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்தலினூடாகப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் என்பன இந்த அறிக்கையை தயாரிப்பதற்கு ஆதாரமாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

வினாப்பத்திரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கும்போது பரீட்சார்த்திகள் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய விடயங்கள், கற்றல்-கற்பித்தல் பணிகள் பற்றிய கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பனவும் இந்த அறிக்கையில் பகுதி III இல் அடங்கியுள்ளன. பல்வேறு தேர்ச்சிகள், அத்தேர்ச்சி மட்டங்களை அணுகுவதற்கான கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையை ஒழுங்கமைக்கும் விதம் என்பன தொடர்பாக இந்த அறிக்கையானது பெரிதும் துணை புரியும் என நம்புகின்றேன்.

எதிர்காலத்தில் தொகுக்கப்படும் மதிப்பீட்டு அறிக்கைகளின் பண்புத்தரத்தை மேம்படுத்தக் கூடிய பயன்தரும் கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பவற்றை எங்களுக்குச் சமர்ப்பிக்குமாறு அன்புடன் கேட்டுக் கொள்கிறேன்.

இந்த அறிக்கையைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான தகவல்களை வழங்கிய பிரதம பரீட்சகர்கள், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர்கள், உதவிப் பரீட்சகர்கள், ஆர்வத்துடன் பங்களிப்பு வழங்கிய தயாரிப்புக் குழு உறுப்பினர்கள், பொறுப்புடன் கடமையாற்றிய இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்கள அலுவலர்கள், பணிக்குழுவினர் ஆகியோருக்கும் இத்தொகுப்புக்கான நிதி அனுசரணை வழங்கிய எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலைக் கல்விமுறைமையை மீளமைக்கும் செயற்றிட்டத்துக்கும் (TSEP - WB) எனது மனமார்ந்த நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

பி. சனத் பூஜித

பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்

2017 டிசம்பர் 01

ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை

தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

பெலவத்தை, பத்தரமுல்ல.

வழிகாட்டல்	- பீ. சனத் பூஜித பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்
ஒழுங்கமைப்பும் நெறிப்படுத்தலும்	- கயாத்திரி அபேகுணசேகர பரீட்சை ஆணையாளர் (ஆய்வு அபிவிருத்தி மற்றும் மதிப்பீட்டுக் கிளை)
இணைப்பு	- ஜே. ஏ. ஜே. ஆர். ஜயகொடி பிரதிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
தொகுப்பு	- பேராசிரியர் ஜி. எச். ஜயந்த லானெல் சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு ஸ்ரீ ஜயவர்த்தனபுர பல்கலைக்கழகம் - ஜி. ஜே. கே. சில்வா சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு ஸ்ரீ ஜயவர்த்தனபுர பல்கலைக்கழகம் - ஜே. ஏ. ஜே. ஆர். ஜயகொடி பிரதிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
ஆக்கக் குழு	- எச்.எம். அமிதா சியாமலி பெரேரா அதிபர் சேவை III கிளிப்டன் மகளிர் மகா வித்தியாலயம், கொழும்பு 09 ஆர்.ஏ. செனெஹலதா உதவி அதிபர் I குரு/கிரி/ சந்தலங்கா தேசிய பாடசாலை, சந்தலங்கா சீ. பமுனுகே ஆசிரியர் சேவை I டீ. எஸ். சேனாநாயக்கா கல்லூரி, கொழும்பு 07 என்.எம் மிஸ்பாஹ் ஆசிரியர் சேவை I க/ உயர் பெண்கள் பாடசாலை, கண்டி என்.ஆர். ஸஹபந்து ஆசிரியர் சேவை I சாந்த தோமஸ் மகளிர் கல்லூரி, மாத்தறை ஜி. டி. ரீ. கங்கந்த ஆசிரியர் சேவை I மியூசியஸ் கல்லூரி, கொழும்பு 07
மொழிபெயர்ப்பு	- செ. பிரணவதாசன் பிரதிப் பரீட்சை ஆணையாளர் அ. கிருஷ்ணகோபி உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
கணினி பக்க வடிவமைப்பு	- எஸ். றஹீனா ஹாசிம் கணினி தரவுப் பதிவாளர்
முகப்பு அட்டை வடிவமைப்பு	- வை. எஸ். அனுராதா அபிவிருத்தி அதிகாரி

உள்ளடக்கம்

பகுதி I

பக்க எண்

1.	பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவும் தொடர்பான தகவல்கள்	
1.1	பாடக் குறிக்கோள்கள்	1
1.2	பாட அடைவுகள் தொடர்பான புள்ளிவிபரவியலான தகவல்கள்	
1.2.1	இப்பாடத்துக்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை	2
1.2.2	பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம்	2
1.2.3	முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம் - மாவட்ட ரீதியாக	3
1.2.4	வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்	4
1.3.	பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு	
1.3.1	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	5
1.3.2	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களுக்கான இலகுச்சுட்டி	6
1.3.3	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்கு புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்	6
1.3.4	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	7
1.3.5	வினாத்தாள் I இன் பகுதி B யிலே ஒவ்வொரு வினாவின் உபகுதிகளினது இலகுதன்மை	8
1.3.6	வினாத்தாள் II இல் பகுதி A, B யிலே வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	9
1.3.7	வினாத்தாள் II இன் பகுதி A, B யிற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி	10
1.3.8	வினாத்தாள் II இன் பகுதி B பகுதிக்காகப் புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்	10
1.3.9	வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யிலே ஒவ்வொரு வினாவின் உபபகுதிகளுக்கு விடையளித்துள்ள முறை	11
1.3.10	வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யின் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளின் இலகுதன்மை	12

பகுதி II

2.	வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.1	வினாத்தாள் I மற்றும் அதற்கு விடை எழுதியமை தொடர்பான தகவல்களும்	
2.1.1	வினாத்தாள் I இன் கட்டமைப்பு	13
2.1.2	வினாத்தாள் I இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறை	14
2.1.3	I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்களும் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்புகளும் ஆலோசனைகளும்	17
2.2	வினாத்தாள் II உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.2.1	வினாத்தாள் II இன் கட்டமைப்பு	57
2.2.2	வினாத்தாள் II இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறை	58
2.2.3	II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்களும் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்புகளும் ஆலோசனைகளும்	60

பகுதி III

3.	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்	
3.1	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்கள்	103
3.2	கற்றல் கற்பித்தல் தொடர்பான கருத்துகளும் ஆலோசனைகளும்	105

பகுதி I

1.0 பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவு தொடர்பான தகவல்களும்

1.1 பாடக் குறிக்கோள்கள்

- ★ கணிதத்தினை கூடியளவு விளங்கிக் கொள்வதற்காக மாணவர்களுக்கு கணித ரீதியான ஆரம்ப எண்ணக்கருவைப் பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணித ரீதியான பிரசினம் தீர்த்தல்களுக்கு முறையான விளக்கத்தையும் தெளிவையும் மாணவர்களுக்கு பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணிதம் தொடர்பான தர்க்கரீதியான சிந்தனை தொடர்பாக மாணவர்களின் உட்பாங்கை அதிகரித்தல்
- ★ கணிதம் கற்றலுக்காக மாணவர்களை உற்சாகப்படுத்தல்

குறிப்பு :

இந்தப் பாடத்திட்டத்தின் படி கணிதம் சார் அறிவை அதிகரிப்பது மட்டும் அல்லாது அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதஞ்சார் அறிவைப் பயன்படுத்தும் திறனை அதிகரிப்பதன் மூலம் உள்ளார்ந்த அபிவிருத்தி ஏற்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

1.2. பரீட்சார்த்திகளின் பாட அடைவு தொடர்பான புள்ளிவிபர ரீதியான தகவல்கள்

1.2.1 பாடத்திற்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை

மொழிமூலம்	பாடசாலை	தனிப்பட்ட	மொத்தம்
சிங்களம்	25461	4584	30045
தமிழ்	3704	595	4299
ஆங்கிலம்	1542	238	1780
மொத்தம்	30707	5417	36124

அட்டவணை 1

1.2.2 பரீட்சார்த்திகளினால் தரங்கள் பெற்றுக்கொள்ளப்பட்ட விதம்

தரம்	பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளின்		தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளின்		மொத்தம்	சதவீதம்
	எண்ணிக்கை	சதவீதம்	எண்ணிக்கை	சதவீதம்		
A	2691	8.76	417	7.70	3108	8.60
B	2547	8.29	526	9.71	3073	8.51
C	4990	16.25	991	18.29	5981	16.56
S	8585	27.96	1723	31.81	10308	28.54
F	11894	38.73	1760	32.49	13654	37.80
மொத்தம்	30707	100.00	5417	100.00	36124	100.00

அட்டவணை 2

1.2.3 முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்றுள்ள முறை (மாவட்டங்களின் அடிப்படையில்)

மாவட்டம்	தோற்றியவர் எண்ணிக்கை	மிகச் சிறந்த சித்தி (A) பெற்றவர்		விசேட திறமைச் சித்தி (B) பெற்றவர்		திறமைச் சித்தி (C) பெற்றவர்		சாதாரண சித்தி (S) பெற்றவர்		சித்தி (A+B+C+S) பெற்றவர்		சித்தி யடையாதவர் (F)	
		எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%
1. கொழும்பு	3616	310	8.57	281	7.77	553	15.29	969	26.80	2,113	58.43	1503	41.57
2. கம்பஹா	2047	87	4.25	119	5.81	266	12.99	559	27.31	1,031	50.37	1016	49.63
2. களுத்துறை	1129	46	4.07	41	3.63	150	13.29	345	30.56	582	51.55	547	48.45
4. கண்டி	1296	98	7.56	77	5.94	169	13.04	345	26.62	689	53.16	607	46.84
5. மாத்தளை	268	16	5.97	11	4.10	42	15.67	71	26.49	140	52.24	128	47.76
6. நுவரெலியா	346	23	6.65	22	6.36	45	13.01	105	30.35	195	56.36	151	43.64
7. காலி	1366	121	8.86	78	5.71	176	12.88	388	28.40	763	55.86	603	44.14
8. மாத்தறை	1152	101	8.77	94	8.16	205	17.80	282	24.48	682	59.20	470	40.80
9. அம்பாந்தோட்டை	713	43	6.03	36	5.05	106	14.87	213	29.87	398	55.82	315	44.18
10. யாழ்ப்பாணம்	686	123	17.93	78	11.37	132	19.24	189	27.55	522	76.09	164	23.91
11. கிளிநொச்சி	74	9	12.16	3	4.05	14	18.92	22	29.73	48	64.86	26	35.14
12. மன்னார்	57	3	5.26	4	7.02	8	14.04	21	36.84	36	63.16	21	36.84
13. வவுனியா	128	14	10.94	5	3.91	15	11.72	42	32.81	76	59.38	52	40.63
14. முல்லைத்தீவு	83	1	1.20	3	3.61	6	7.23	24	28.92	34	40.96	49	59.04
15. மட்டக்களப்பு	293	32	10.92	34	11.60	48	16.38	89	30.38	203	69.28	90	30.72
16. அம்பாறை	514	26	5.06	31	6.03	74	14.40	152	29.57	283	55.06	231	44.94
17. திருகோணமலை	160	12	7.50	17	10.63	32	20.00	38	23.75	99	61.88	61	38.13
18. குருநாகல்	1430	54	3.78	84	5.87	147	10.28	396	27.69	681	47.62	749	52.38
19. புத்தளம்	504	21	4.17	20	3.97	70	13.89	139	27.58	250	49.60	254	50.40
20. அனுராதபுரம்	621	14	2.25	18	2.90	71	11.43	156	25.12	259	41.71	362	58.29
21. பொலன்னறுவை	180	1	0.56	7	3.89	12	6.67	41	22.78	61	33.89	119	66.11
22. பதுளை	675	58	8.59	32	4.74	88	13.04	193	28.59	371	54.96	304	45.04
23. மொனராகலை	247	7	2.83	9	3.64	34	13.77	64	25.91	114	46.15	133	53.85
24. இரத்தினபுரி	741	44	5.94	50	6.75	89	12.01	188	25.37	371	50.07	370	49.93
25. கேகாலை	713	33	4.63	31	4.35	70	9.82	185	25.95	319	44.74	394	55.26
மொத்தம்	19,039	1,297	6.81	1,185	6.22	2,622	13.77	5,216	27.40	10,320	54.20	8,719	45.80

அட்டவணை 3

1.2.4 வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்

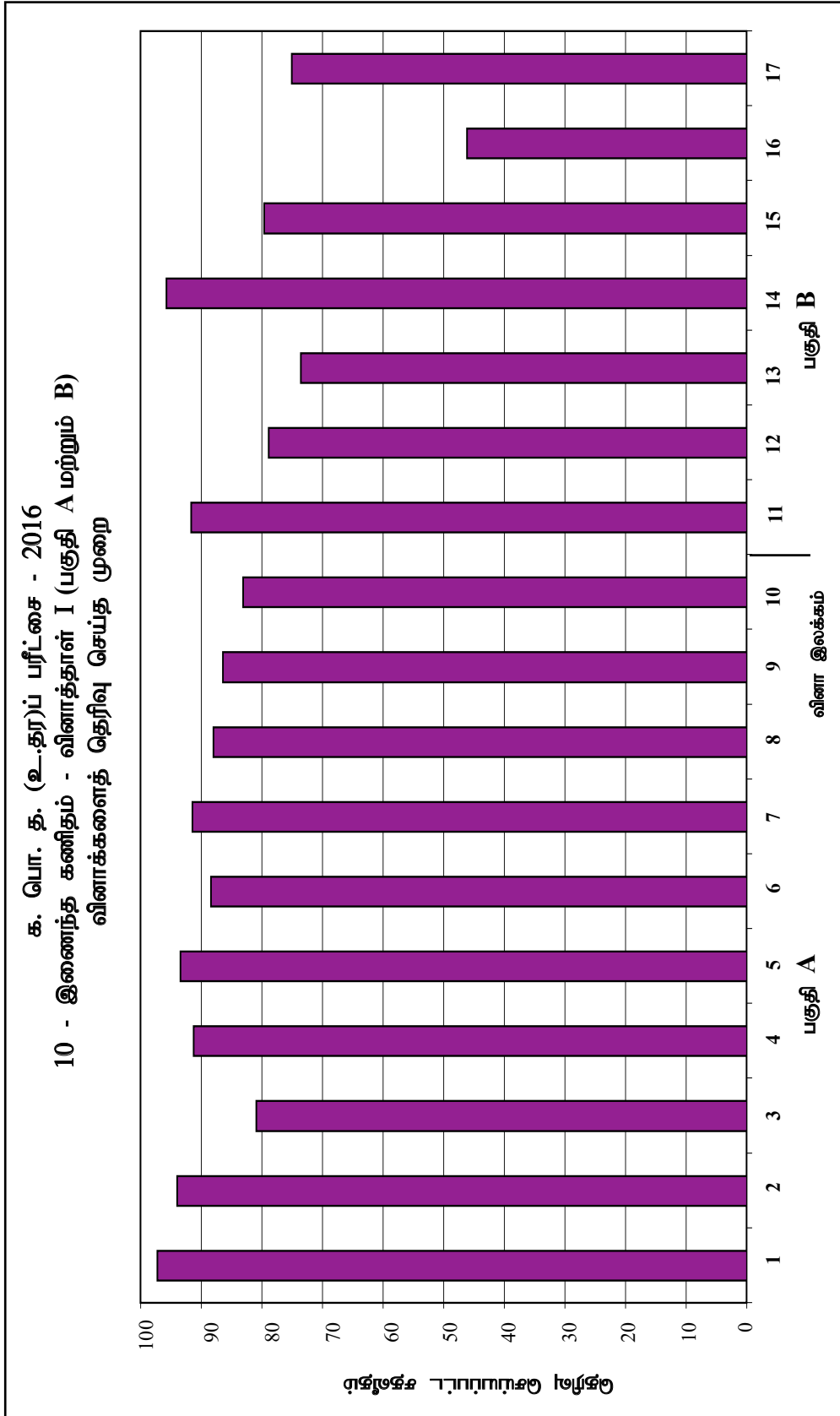
வகுப்பாயிடை	மீறன்	சதவீத மீறன்	திரள் மீறன்	சதவீத திரள் மீறன்
91 - 100	228	0.63	36124	100.00
81 - 90	1375	3.81	35896	99.37
71 - 80	2545	7.05	34521	95.56
61 - 70	3345	9.26	31976	88.52
51 - 60	4140	11.46	28631	79.26
41 - 50	4953	13.71	24491	67.80
31 - 40	5346	14.80	19538	54.09
21 - 30	5101	14.12	14192	39.29
11 - 20	4450	12.32	9091	25.17
01 - 10	4146	11.48	4641	12.85
00 - 00	495	1.37	495	1.37

அட்டவணை 4

மேலே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப இந்த பாடத்திற்காக 31 - 40 என்ற வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5346 ஆகும். அதனை சதவீதமாக எடுக்கும்போது 14.80% ஆகும். 40 புள்ளியைவிடக் குறைவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை 19538 ஆவதோடு அது 54.09% ஆகும்.

1.3 பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு

1.3.1 வினாத்தாள் 1 இலே A, B பகுதிகளில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



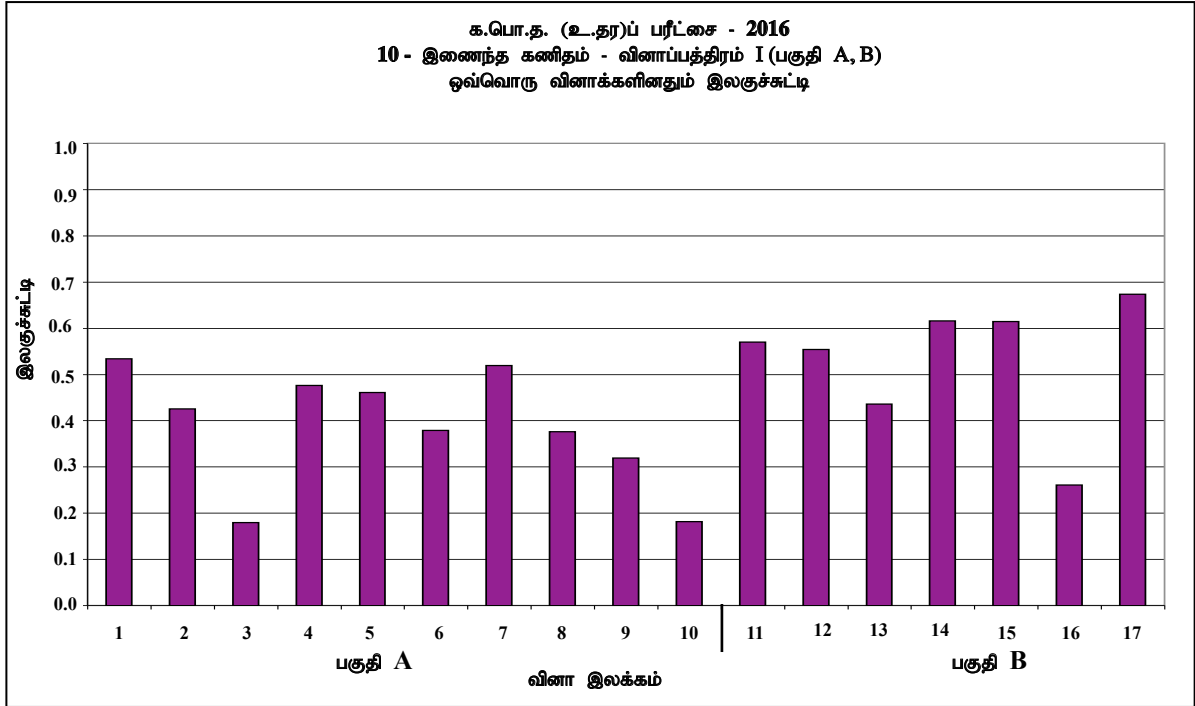
வரைபு 1 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)

வினாத்தாள் I இன் A பகுதிக்கு உரிய 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B யிற்குரிய 7 வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.

இவ்வரையிற்கேற்ப பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்தவர்களுள் அதிக சதவீதத்தினர் 1 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 97% உம் மிகக் குறைந்த சதவீதம் 3 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 81% உம் ஆகும்.

பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுதுவதற்கு அதிக சதவீதத்தினர் தெரிவு செய்திருந்தது 14 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 96% உம் மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் தெரிவு செய்திருந்தது 16 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 46% உம் ஆகும்.

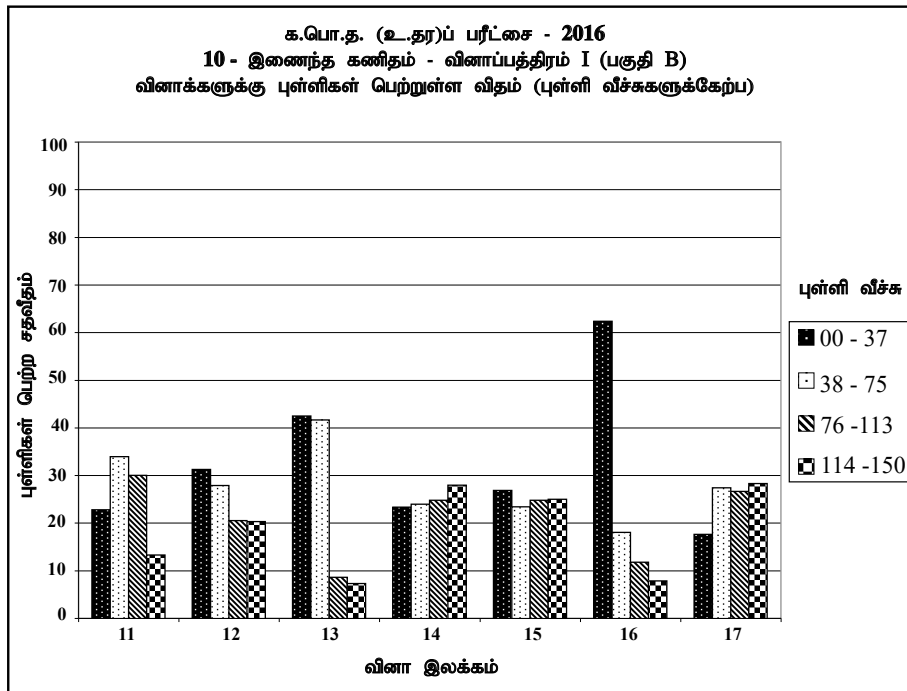
1.3.2 வினாத்தாள் I இல் - பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களுக்கான இலகுச்சுட்டி



வரைபு 2 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபின் மூலம் இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 17ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 68% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 03 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 18% மட்டுமேயாகும்.

1.3.3 வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்கு புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்

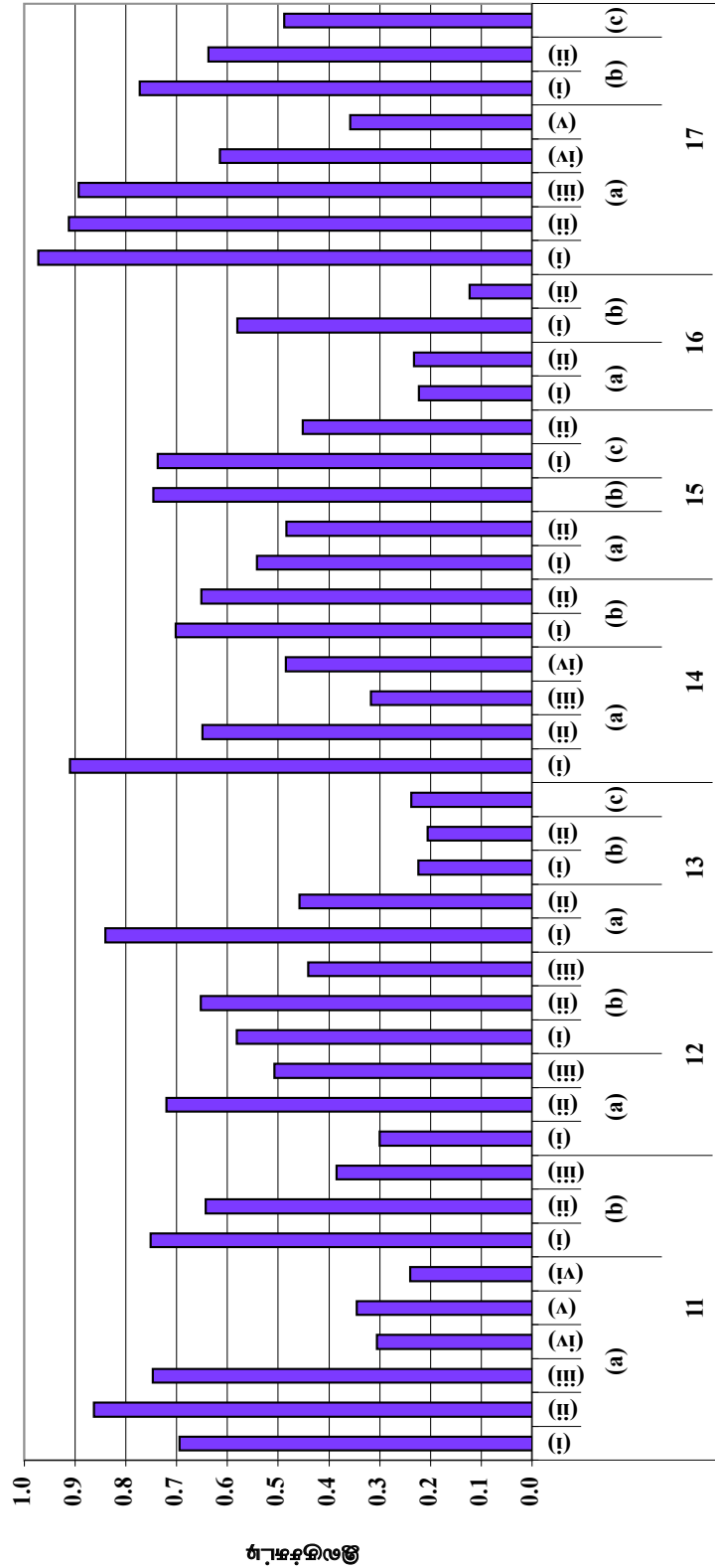


இந்த வினாத்தாளிலே 11 தொடக்கம் 17 வரையுள்ள எல்லா வினாக்களுக்கும் 150 புள்ளிகள் என்றவாறு ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு 11 ஆம் வினாவிற்கு வழங்கப்பட்ட மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதாவது, 114 - 150 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றுக் கொண்டவர்கள் விடையளித்த மாணவர்களுள் 13% ஆனோர் மட்டுமேயாகும். இந்த முறைக்கு ஏற்ப அந்த வினாக்களுக்காக உரிய புள்ளிகளுள் 76-113 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றவர்கள் 30% ஆவதோடு புள்ளிகள் 38-75 இற்கிடையில் 34%-ஆனோர் மட்டும் 0 - 37 என்ற வீச்சின் இடையே 23% ஆனோர் மட்டுமே ஆகும்.

வரைபு 3 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

1.3.4 வினாத்தாள் I இனது B பகுதி வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உப பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்

க. பொ. த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2016
10 - இணைந்த கணிதம் - வினாப்பத்திரம் I (பகுதி B)
ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினதும் / உபபகுதிகளினதும் இலகுத்தன்மை



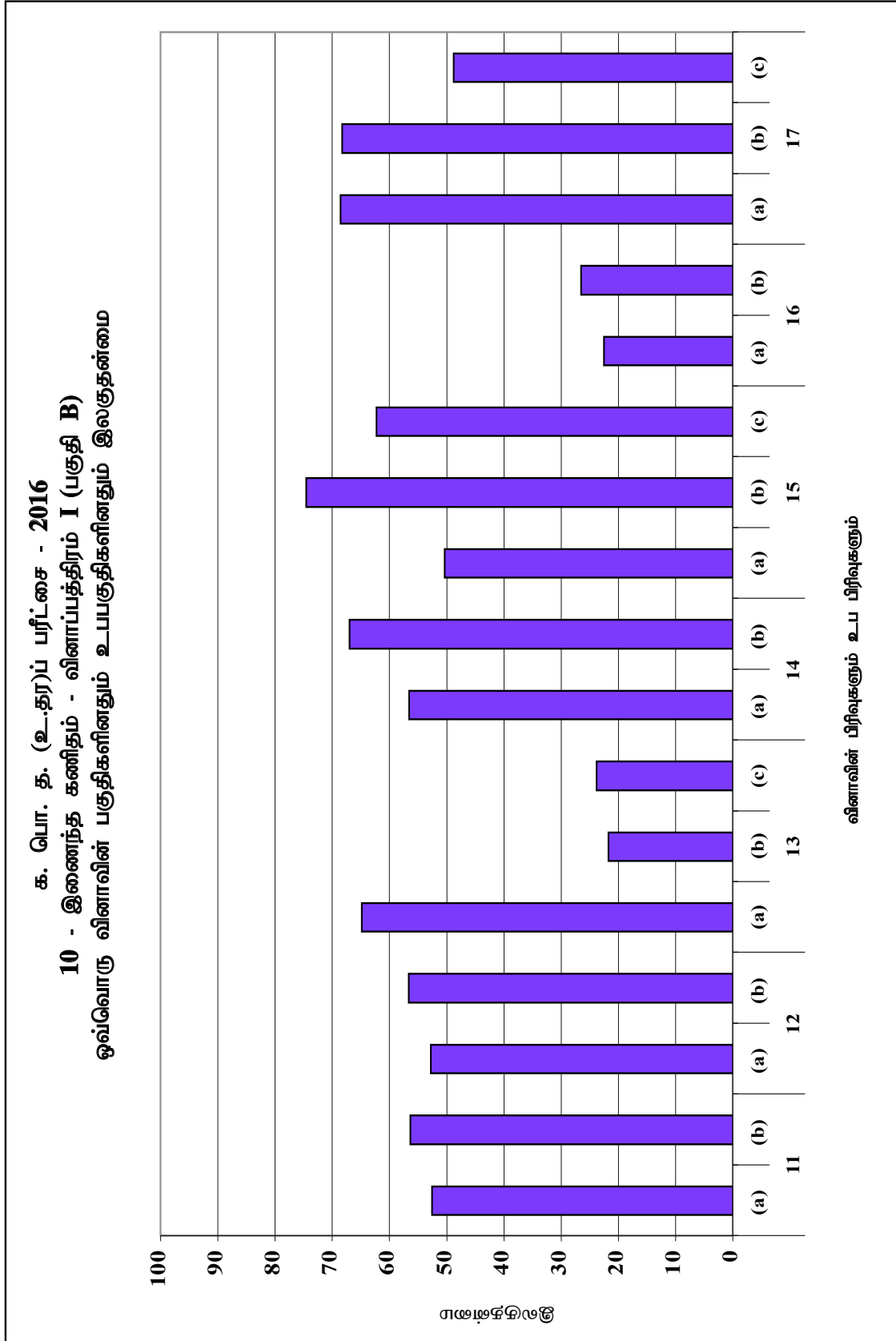
வினாவின் பிரிவுகளும் உப பிரிவுகளும்

வரையு 4 (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)

இவ்வரைபிற்கேற்ப 11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் முதலாம் உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை 69% ஆகும். அவ்வினாவின் பகுதி

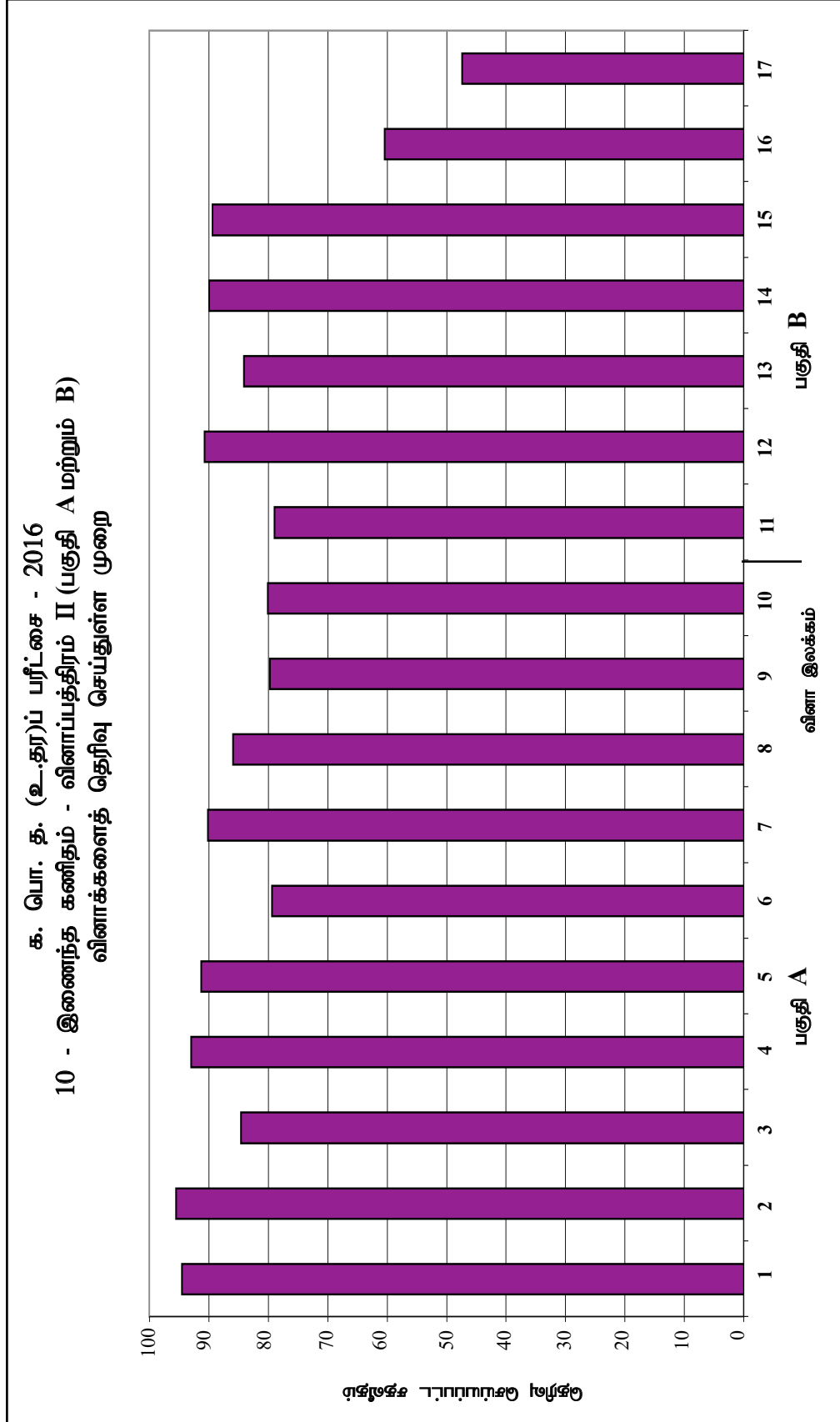
(a) யின் இரண்டாம் உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை 86% ஆகும்

1.3.5 வினாத்தாள் I இனது பகுதி B யின் ஒவ்வொரு வினாவின் உபபகுதிகளினது இலகுதன்மை



வரைபு 5 (RD/16/04/AL) படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)
உதாரணம் : மேற்படி வரைபில் 15 ஆம் வினாவின் (b) பகுதி கூடிய இலகுதன்மை 73% ஐயும் 13ஆம் வினாவின் (b) பகுதி குறைந்த இலகுதன்மை 21% ஐயும் பெற்றுள்ளது.

1.3.6 வினாத்தாள் II இல் பகுதி A, B யிலே வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



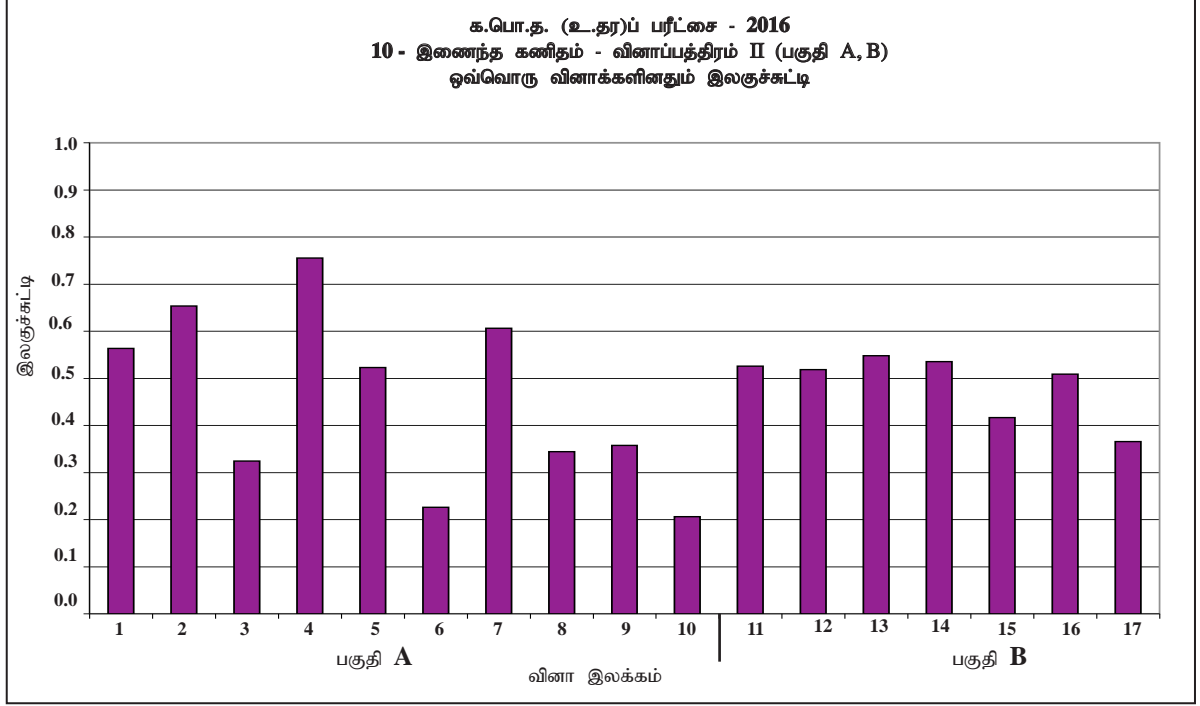
வரைபு 6 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)

வினாத்தாள் II இல் உள்ள 17 வினாக்களுள் பகுதி A இற்குரிய பத்து வினாக்கள் கட்டாயமானதோடு பகுதி B யிற்குரிய ஏழு வினாக்களுள் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடையெழுத வேண்டும்.

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப பகுதி A யிலே வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த அதிக சதவீதம் 2 ஆம் வினாவாவதுடன் அது 96% உம் மிகக் குறைந்த சதவீதம் 6 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 79% ஆகும்.

பகுதி B யிலே விடை எழுத அதிக சதவீதத்தினர் தெரிவு செய்தது 12 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 91% ஆகும். மிகக் குறைந்த வீதத்தினர் தெரிவு செய்தது 17 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 47% ஆகும்.

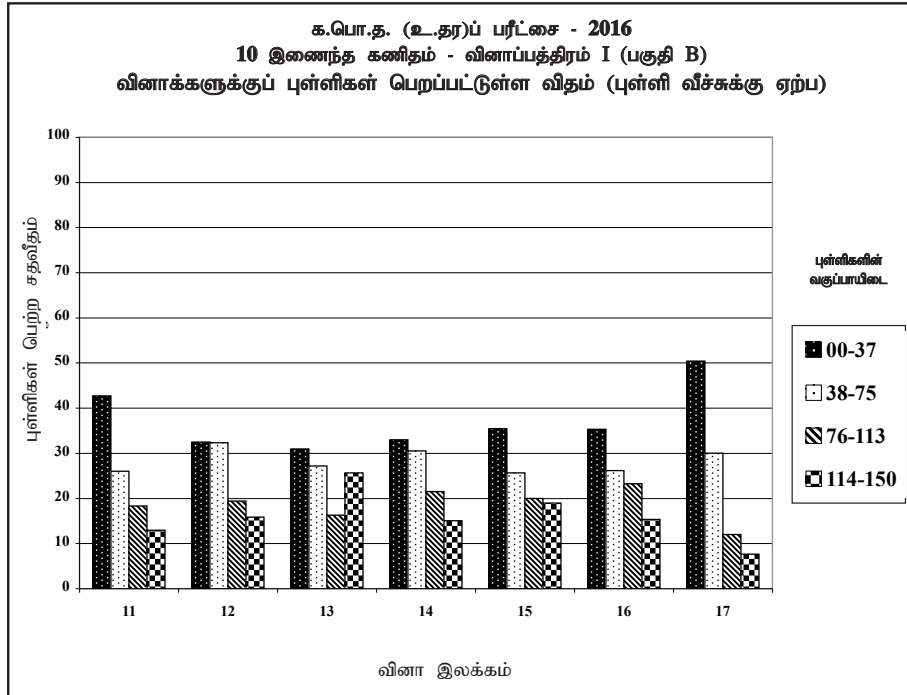
1.3.7 வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிகளிற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி



வரைபு 7 (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 4வது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 75% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 10 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 21% மட்டுமேயாகும்.

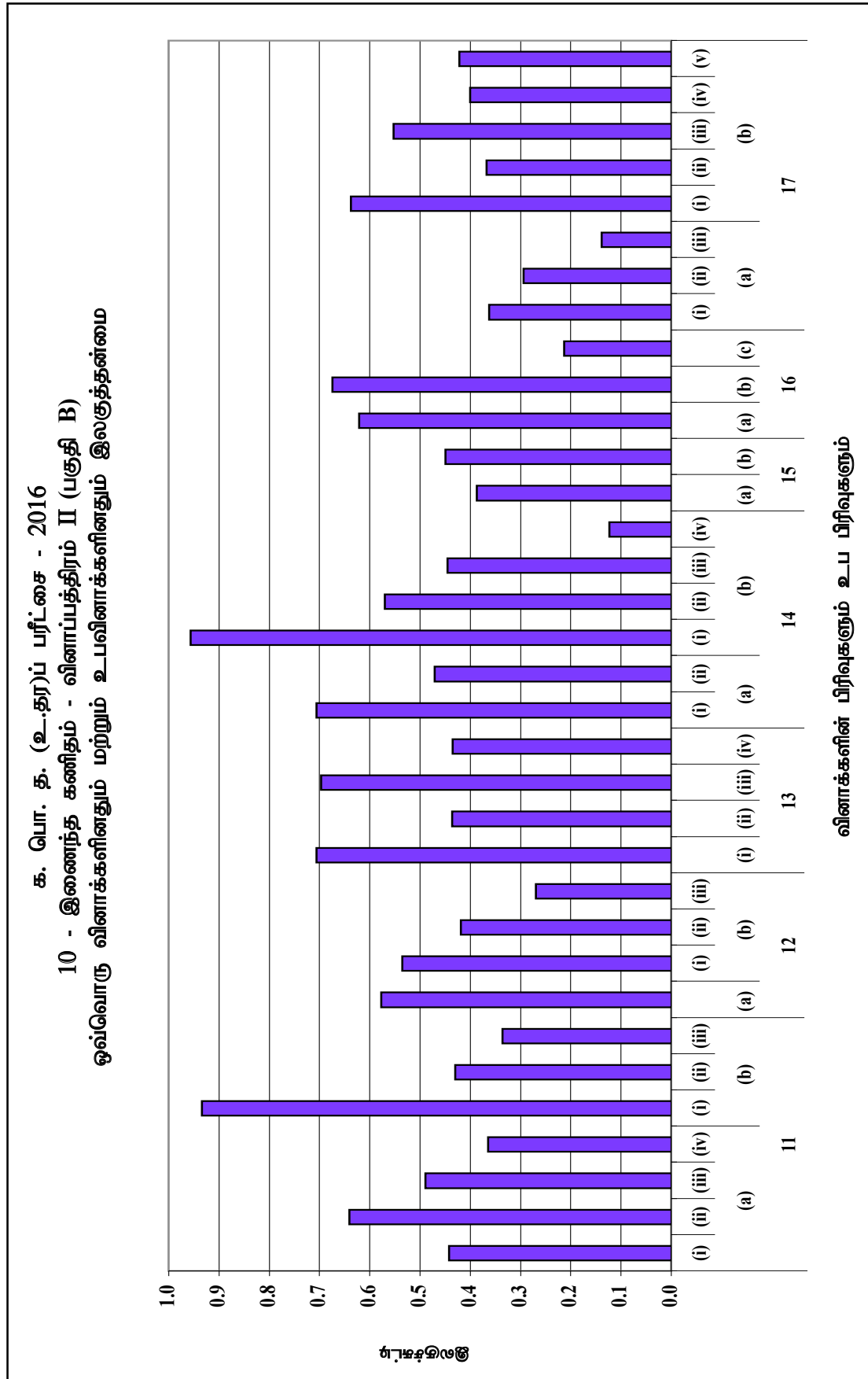
1.3.8 வினாத்தாள் II இன் B பகுதிக்காக புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்



இங்கு, வினாப்பத்திரம் II இலிருந்து 17 வரையான வினாக்களுக்கு 150 புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த வினாத்தாள் II இற்கு ஒதுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் 150 இனுள் வரைபிற்கேற்ப அந்தப் புள்ளிகள் அதாவது, 114 - 150 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றுக் கொண்டவர்கள் விடையளித்த மாணவர்களுள் 13% ஆனோர் மட்டுமேயாகும். இந்த முறைக்கு ஏற்ப அந்த வினாக்களுக்காக உரிய புள்ளிகளுள் அதாவது 76-113 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றவர்கள் 18% ஆவதோடு அதாவது 38-75 இற்கிடையில் 26% ஆனோர் மட்டும் அதாவது 0 - 37 என்ற வீச்சின் இடையே 43% ஆனோர் மட்டுமே ஆகும்.

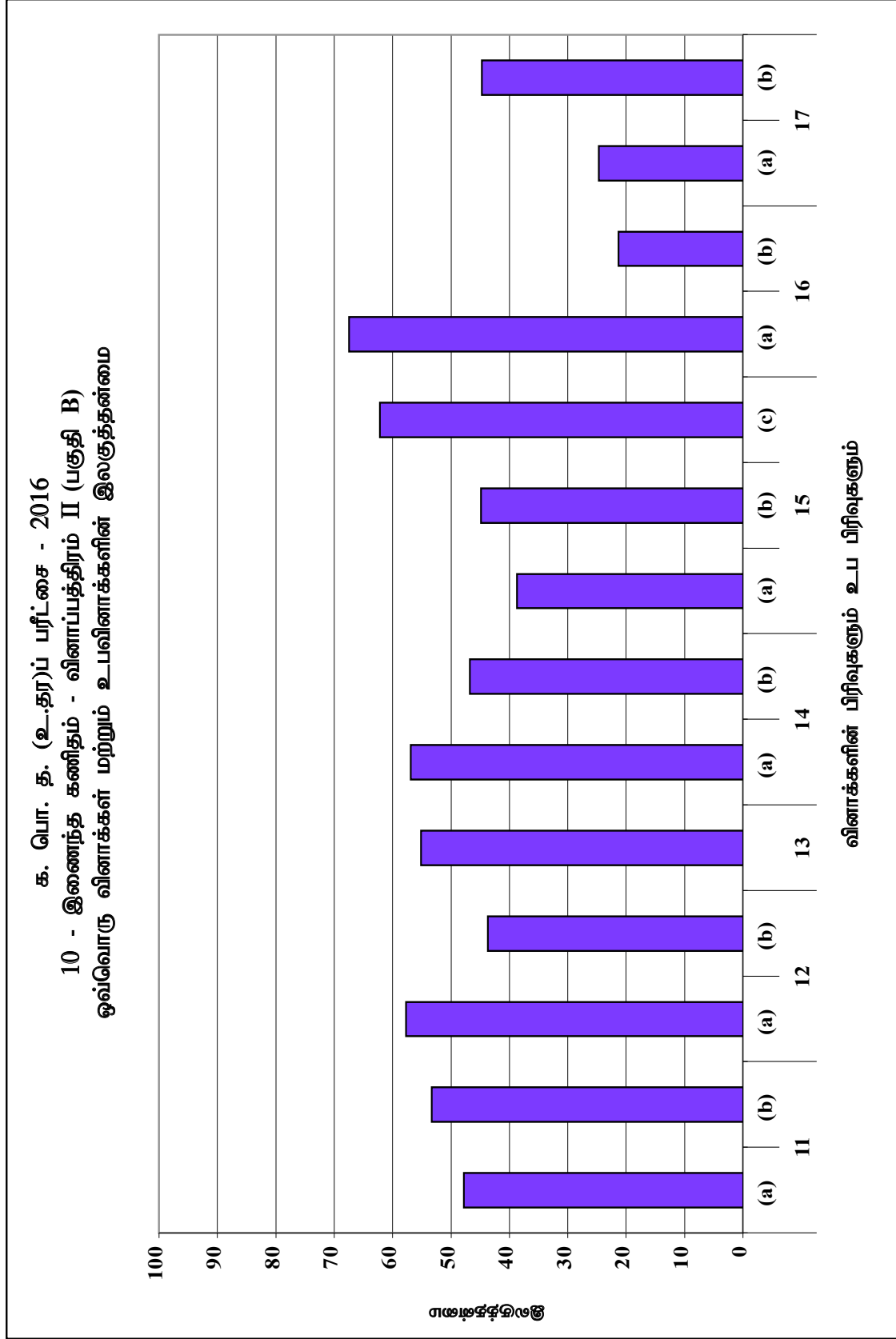
வரைபு 8 (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

1.3.9 வினாத்தாள் II இன் B பகுதியிலே ஒவ்வொரு வினாவின் உபபகுதிகளுக்கு விடை எழுதியுள்ள முறை



வரைபு 9 (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டவை.)
மேற்படி வரைபிலே தகவல்களைப் பெற்றுக்கொள்ளும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.
உதாரணம் : 11 ஆவது வினாவின் பகுதி (a) யின் முதல் உபபகுதியின் இலக்குத்தன்மை 44% ஆவதுடன் அந்த வினாவின் பகுதி (a) யின் இரண்டாவது உபபகுதியின் இலக்குத்தன்மை 64% ஆகும்.

1.3.10 வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யின் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளின் இலகுதன்மை



வரைபு 10 (RD/16/04/AL படிவத்திலிருந்து பெற்ற தகவல்களின் அடிப்படையில் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)
16 ஆம் வினாவின் பகுதி (a) யின் அதிக இலகுதன்மையாக 68% ஆவதுடன் 16 ஆம் வினாவின் பகுதி (b) யின் குறைந்த இலகுதன்மையாக 21% உள்ளது.

பகுதி II

2 வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1 வினாப்பத்திரம் I உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டுள்ளமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1.1. வினாப்பத்திரம் I - கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - 10 வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

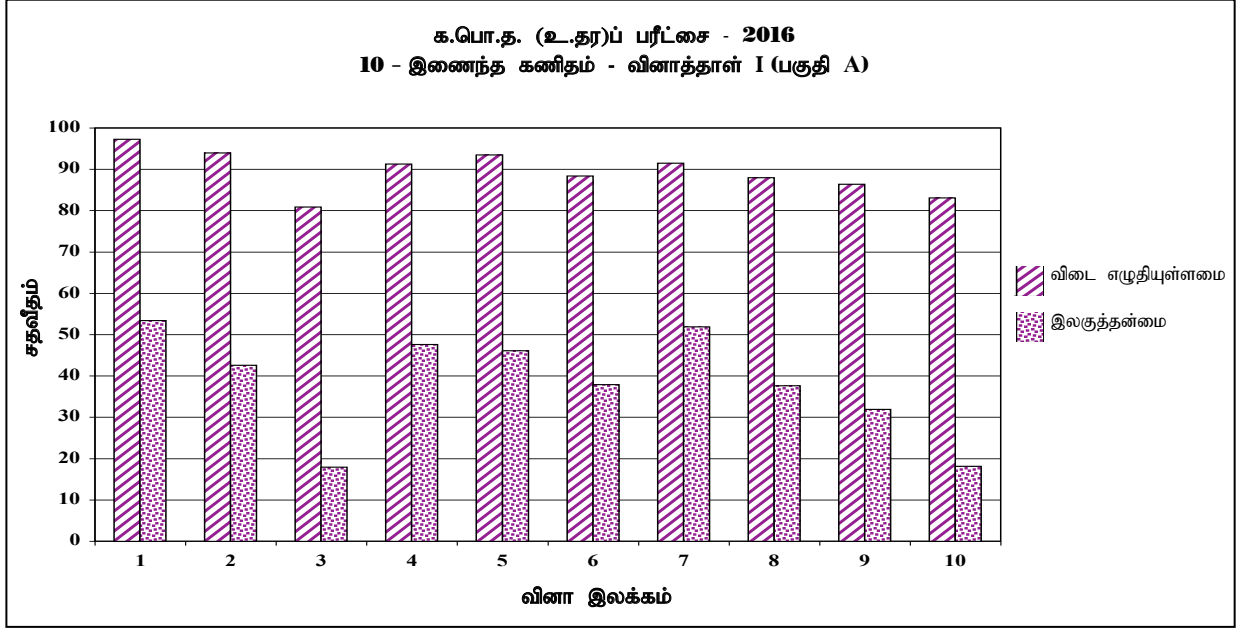
பகுதி B - ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

* பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.1.2 I ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். எனினும் அதற்கு விடை எழுதிய பல்வேறு முறைகளைக் காண முடிந்தது, இந்த 10 வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அதற்கேற்ப அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 11 இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினதும் இலகுத்தன்மை

இந்த இணைந்தகணிதம் வினாத்தாள் I இன் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிப்பது கட்டாயமாய் இருப்பினும் பகுதி I இற்கு விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இணை விடக் கூடியோர் விடை எழுத முயற்சித்து இருந்தது 1, 2, 4, 5, 7 போன்ற வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். அதிலும் அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்து இருந்தது வினா 1 ஆவதுடன் அது 97% ஆகும். பத்து வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுவது கட்டாயமாக இருப்பினும் எல்லாப் பரீட்சார்த்திகளினாலும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்த ஒரு வினாவாயினும் இந்தப் பத்து வினாக்களில் இல்லாது இருந்தது விசேடமாக கவனத்திற் கொள்ள வேண்டிய விடையமாகும்.

மேலும் 3 ஆவது வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 81% ஆவதுடன் எஞ்சிய 9 வினாக்களுக்கும் அதனை விட அதிக சதவீதத்தினர் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்து உள்ளனர்.

இலகுவாக சரியான விடையை எழுதுவதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் மிகவும் திருப்திகரமான புள்ளிகளை பெற்றுள்ளதாக எதிர்பார்க்கும் இந்த பத்து வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 50% அல்லது அதிலும் அதிகமாக காணப்படுவது 1 ஆவது மற்றும் 7 ஆவது போன்ற இரு வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். அவற்றின் இலகுத்தன்மை முறையே 53% மற்றும் 52% ஆகும். மேலும் 3 ஆவது மற்றும் 10ஆவது போன்ற இரு வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மை 20% இணை விட மிகவும் குறைவாக இருப்பதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 18% என்றவாறாகும்.

இந்த பத்து வினாக்களையும் செய்த பரீட்சார்த்திகளின் துலங்களின் தன்மையை மிகவும் பகுப்பாய்ந்து பார்ப்பதற்காக அட்டவணை 5 ல் காட்டியுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

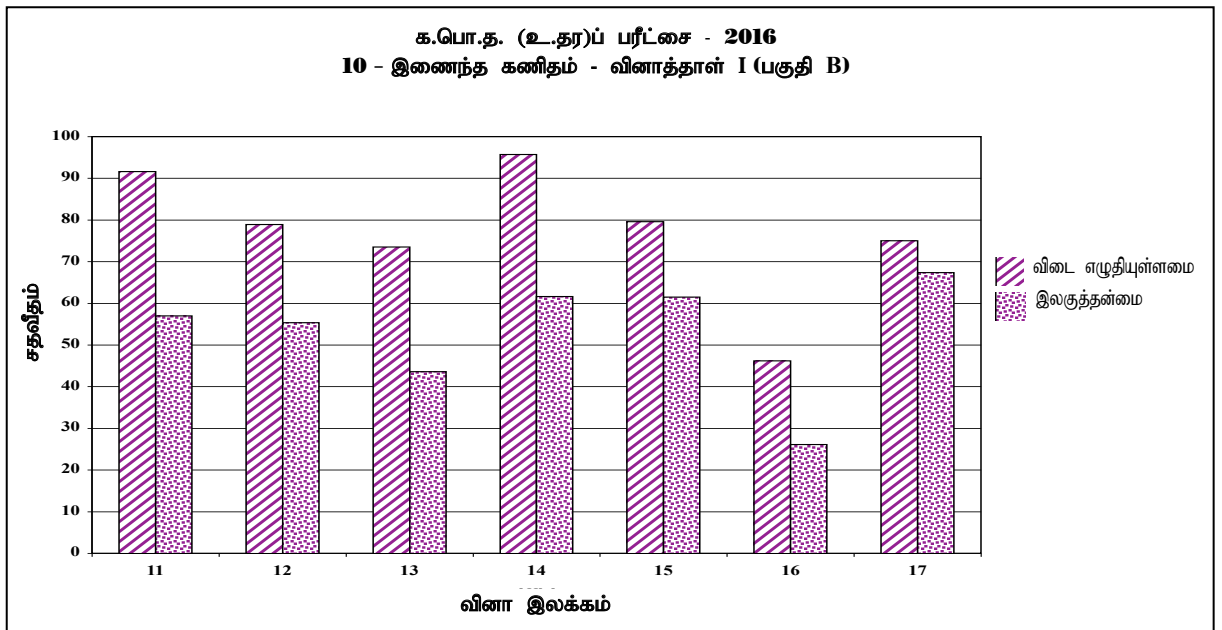
வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	11	30	41	23	14	40	24	33	36	53
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	33	27	5	19	24	30	34	21	17	4
விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்காத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்		3	6	19	9	7	12	9	12	14	17
வினாவின் இலகுத்தன்மை %		53	43	18	48	46	38	52	38	32	18

அட்டவணை 5 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாத மற்றும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற விடையளிக்க முயற்சிக்காத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவுக்குரிய முழுப் புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகள் 1, 6, 7 போன்ற மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் 30% அல்லது அதனிலும் கூடிய சதவீதமான புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர். அவற்றுள் அதிக சதவீதத்தினரான 34% ஆனோர் பெற்றிருந்தது 7 ஆம் வினாவிற்காகும். வினாவிற்குரிய 25 புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளில் 20% ஐ விட குறைந்த சதவீதத்தினர் 4 ஆம் வினாவிற்காக புள்ளிகளைப் பெற்றிருந்தனர். அவை 3, 4, 9, 10 ஆம் வினாக்களுக்காகும். மேலும் 3, 10 போன்ற இரு வினாக்களுக்காகவும் ஒழுங்கு முறையில் 5% மற்றும் 4% போன்ற குறைந்த சதவீதத்தில் மொத்த புள்ளிகளையும் பெற்று இருப்பதில் அவதானத்தை செலுத்த வேண்டும்.

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I இற்கான அடிப்படையாக அமைந்திருப்பது தூயகணித கூறுகளுக்குரிய கோட்பாடுகள் மற்றும் அடிப்படை சித்தாந்தத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு பெறப்படும் இந்த பத்து வினாக்களுக்கும் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாகப் புள்ளிகளை பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியுமாய் இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்பட்டிருப்பினும் மேற்படி தகவல்களின் மூலம் அறிய முடியுமாய் இருப்பது அவ்வாறு நடைபெறவில்லை என்பதாகும். மேலும் பரீட்சார்த்திகளுள் 19% இனர் 3 வினாக்களுக்கும் விடை எழுதாதிருந்ததைக் காண முடிந்தது.

இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி B யிலே தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதோடு அவ்வாறு தெரிவு செய்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாப்பத்திரம் I இற்குரிய புள்ளி 1000 இல் 150 என்றவாறு கிடைக்கப்பெறும். அந்த வினாவைத் தெரிவு செய்த முறையில் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 12 இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினதும் இலகுத்தன்மை

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B இலே ஏழு வினாக்களில் பரீட்சார்த்திகள் அதிகளவிலானோர் 14 ஆம் வினாவைத் தெரிவு செய்து இருந்தனர். அப் பரீட்சார்த்திகளுள் 96% ஆகும். இந்த வினாவின் இலகுதன்மை 62% ஆகும். இந்த வினாத்தாளின் A பகுதியின் வினாக்களில் இலகுதன்மையை விட 14 ஆம் வினாவின் இலகுதன்மை அதிகமாகும். இந்த வினாவிற்கு அடிப்படையாக அமைவது “வகையீடு” என்ற எண்ணக்கருவின் கீழே வருகின்ற வகையீடுகளின் பிரயோகங்களை அடிப்படையாகக் கொண்ட பாட விடயமாகும்.

வினாத்தாள் I இன் B பகுதியிலுள்ள வினாக்களில் பரீட்சார்த்திகள் மிகக் குறைவாக தெரிவு செய்து இருந்தது 16 ஆம் வினாவாகும். இந்த தெரிவு 46% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 26% ஆகும். தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை காணப்படுவது இந்த வினாவிற்காகும். பகுதி A யிலேயுள்ள பத்து வினாக்களுள் 1 மற்றும் 7 ஆம் வினாக்களுக்கு மட்டும் இலகுதன்மை 50% இனை விடக் கூடியுள்ளது. பகுதி B யிலே 13 மற்றும் 16 ஆம் வினாக்களைத் தவிர ஏனைய வினாக்களின் இலகுதன்மை 50% இனை விடக் கூடியது. பகுதி A யிலே எல்லா வினாக்களையும் தெரிவு செய்வது 80% இனை விட கூடியது. பகுதி B யிலே வினாக்களைத் தெரிவு செய்வது 80% அல்லது 80% இனை விடக்கூடுவது 11, 14, 15 போன்ற வினாக்களுக்காகும்.

வினாத்தாள் I இல் 3 மற்றும் 16 போன்ற இரு வினாக்களையும் தீர்ப்பதற்காக கேத்திரகணித அறிவு அவசியமாகும். எனினும் இந்த இரு வினாக்களினதும் இலகுதன்மை 18% மற்றும் 26% போன்ற மிகக் குறைந்த மட்டத்திலே காணப்படுகிறது. இதன் மூலம் தெரிய வருவதாவது பரீட்சார்த்திகளின் கேத்திரகணித அறிவு போதாமையினால் இந்தப் பின்னடைவு ஏற்பட்டுள்ளதனாலாகும். கேத்திரகணித அறிவை அதிகரித்துக் கொள்வதற்காக படிமுறையான கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி அந்த வகையான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவித்து இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி A, B களின் மொத்த இலகுதன்மை முறையே 39% மற்றும் 53% ஆகும். பகுதி A யின் 10 வினாக்களுக்கும் கட்டாயமாக விடை எழுத வேண்டும். அந்தப் பிரசினங்கள் சுருக்கமாக எளிய முறையில் முன்வைக்கப்பட்டிருப்பது விடை அளிப்பதற்கு ஏற்றவாறான அமைக்கப்பட்ட தூய கணித கோட்பாடுகளை நேரடியாக சரியாக இடுவதற்கு எதிர்பார்க்க முடியாது இருப்பதானது இலகுதன்மையானது B பகுதியை விட குறைவதற்கு காரணமொன்றாகக் கருத முடியும்.

பகுதி B யினது இலகுதன்மை 53% ஆக இருப்பினும் அதனைவிட கூடிய பெறுமானத்திற்கு கட்டியெழுப்பப்படவேண்டும். கோட்பாடுகளை நேரடியாக பயன்படுத்தக்கூடிய எளிய பிரசினங்களை தொடர்ச்சியாக பயிற்றுவிப்பதும் நேரமுகாமைத்துவத்திற்கு பயிற்றுவிப்பதற்காக மேலதிகமாக எழுத்துப் பரீட்சையை நடாத்துதல் இலகுதன்மையை அதிகரித்துக் கொள்வதற்கு உதவியாக இருக்கும்.

2.1.3 I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்புகளும் ஆலோசனைகளும்

10 - இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I பகுதி A

1 ஆம் வினா

I. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^n r(r+1) = \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ என நிறுவுக.

$$n \leq 1 \text{ ஆக. } = \sum_{r=1}^1 r(r+1) = 2 \text{ மற்றும்}$$

$$\text{வ.கை.ப.} = \frac{1}{3}(1+1)(1+2) = 2. \quad (5)$$

எனவே, $n \leq 1$, இற்கு முடிவு உண்மையாகும்.

$n \leq 1$ 'க்கு முடிவு உண்மை என்க. இங்கு $n \in \mathbb{Z}^+$

$$\text{அதாவது } \sum_{r=1}^p r(r+1) = \frac{p}{3}(p+1)(p+2) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே } \sum_{r=1}^{p+1} r(r+1) &= \sum_{r=1}^p r(r+1) + (p+1)(p+2) \\ &= \frac{p}{3}(p+1)(p+2) + (p+1)(p+2) \\ &= \frac{(p+1)}{3}(p+2)(p+3). \quad (5) \end{aligned}$$

இதிலிருந்து, $n \leq p$ இற்கு முடிவு உண்மை எனின், $n = p+1$ இற்கும் முடிவு உண்மையாகும்.

$n \leq 1$ இற்கு முடிவு உண்மை என நிறுவப்பட்டது. ஆகவே கணிதத்தொகுத்தறி முறைப்படி

எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் முடிவு உண்மையாகும்.

(5)

25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

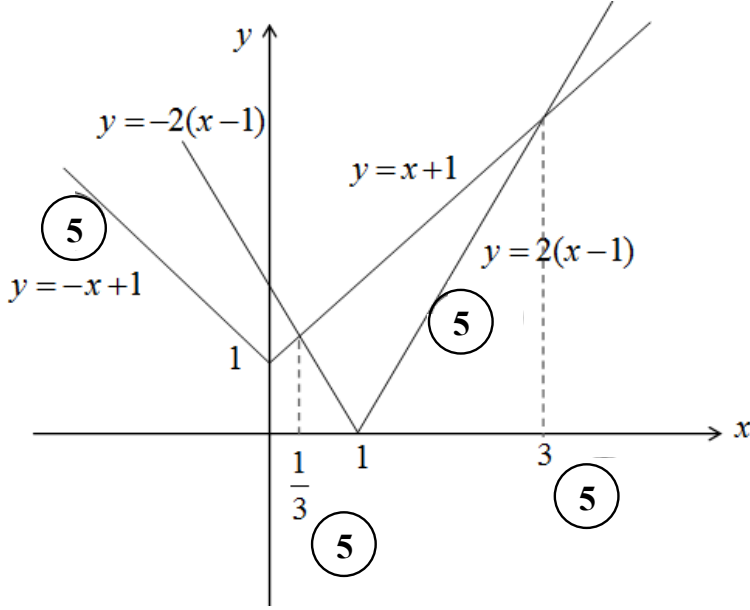
இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்தோர் 97% மட்டுமேயாகும். கணித தொகுத்தறி கோட்பாடுகளை சரியாகப் பயன்படுத்துதல் இந்த வினாவில் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும்.

$n = p; p \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு எடுகோளாக $\sum_{r=1}^p r(r+1) = \frac{p}{3}(p+1)(p+2)$ என எழுத வேண்டியிருப்பினும் $\sum_{r=1}^p p(p+1) = \frac{p}{3}(p+1)(p+2)$ என தவறுதலாக எழுதியிருந்தமையால் அதிகளவிலானோருக்கு அந்தப் படிமுறைக்காக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியாது இருந்தது. அவ்வாறே $n = p+1$ இற்கான காரணி சரியாக இல்லை.

கணித தொகுத்தறி கோட்பாட்டின் படிமுறைகள் உறுதி செய்யும் வகையில் பயிற்சிகளில் ஈடுபடுவதன் மூலம் அந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்வதற்கு மாணவர்களை ஊக்கப்படுத்த வேண்டும்.

2 ஆம் வினா

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = |x| + 1$, $y = 2|x - 1|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பாரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, சமனிலி $|x| + 1 > 2|x - 1|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்யப் பெறுமானங்களையும் காண்க.



வரிப்படத்திலிருந்து $|x| + 1 > 2|x - 1| \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3$.

(5)

25

மாற்று முறை I

வகை (i), $x \geq 1$ $x + 1 > 2(x - 1) \Leftrightarrow x < 3$ (5)

எனவே இவ்வகையில் $1 \leq x < 3$ என்பது x இற்கான தீர்வாகும்.

வகை (ii), $0 < x < 1$ $x + 1 > -2(x - 1) \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$ (5)

எனவே இவ்வகையில் $\frac{1}{3} < x < 1$. என்பது x இற்கான தீர்வாகும்.

வகை (iii) $x \leq 0$ $-x + 1 > -2(x - 1) \Leftrightarrow x < 1$

இது முரண்பாடானது. எனவே இவ்வகையில் தீர்வுகள் இல்லை.

எனவே, $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{3} < x < 3\}$ என்பது தீர்வுத் தொடையாகும். (5)

15

$ x \leq 1 \leq 2 x-1 $ $\Leftrightarrow x^2 \leq 2 x \leq 4(x^2 - 2x + 1)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 2(x \leq 4x) \leq 3 \leq 0$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">$x \leq 0$</div> $3x^2 - 10x \leq 3 \leq 0$ $\Leftrightarrow (3x-1)(x-3) \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 3$ </div> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 30px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 30px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div>	$x \leq 0$ $3x^2 - 6x \leq 3 \leq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 0$ <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">இது சாத்தியமில்லை.</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; display: inline-block;">15</div>	

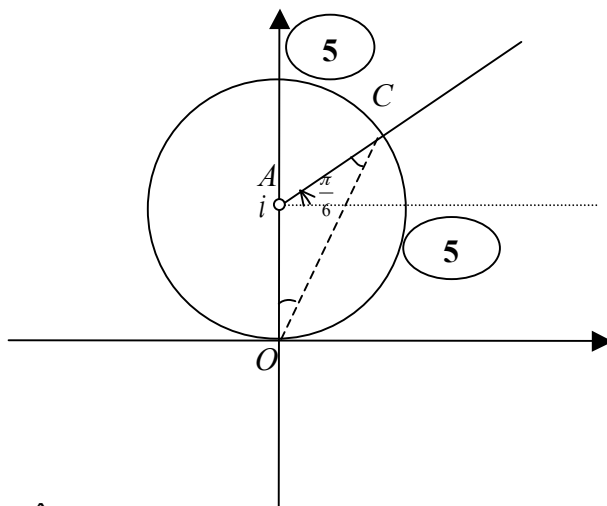
2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 94% இனர் மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவினால் மட்டு உள்ளடக்கப்பட்ட சார்பின் வரைபுகளின் பருமட்டான படத்தை வரைதல் மிகவும் இலகுவானதுடன் அம்முறை மூலமோ அல்லது வேறு முறையிலோ அதன் தீர்வைக்காண எதிர்பார்த்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 43% மட்டுமேயாகும்.

அந்த வரைபுகளின் இடது பக்கத்திலே சமாந்தரமாக கீறுவதனால் முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது. மட்டு உள்ளடக்கப்பட்ட சமனிலையை சரியாக உறுதி செய்யுமாறான பயிற்சிகளில் பல முறைகளின் கீழே மாணவர்களைத் தொடர்ந்து செய்விப்பதினூடாக இத்தகைய வினாவிற்கு விடையளிப்பதை இலகுவில் மேற்கொள்ள முடியும்.

3. ஒரே ஆகண் வரிப்படத்தில்

ஆகியவற்றைத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்குகளைப் பார்ப்பதற்காக வரைந்து, இவ்வொழுக்குகளின் வெட்டுப் புள்ளியினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணை வடிவம் $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ இந் காண்க; இங்கு $r > 0$ உம் $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.



$$\angle OAC = \frac{2\pi}{3} \text{ ஆகும்.}$$

$OA \cong AC$, என்பதால் $\angle AOC \cong \angle ACO$ ஆகும்.

எனவே, $\angle AOC = \frac{\pi}{6}$ ஆகும்.

ஆகவே, OC ஆனது நேர் x - அச்சுடன் அமைக்கும் கோணம் $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$. (5)

எனவே, தேவையான சிக்கல் எண் $\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$. (5)

25

$$y_C = 1 + \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} \quad (5)$$

$$x_C \leq \sin \frac{\pi}{3} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5)$$

$$\therefore z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) \quad \textcircled{5}$$

ஆகவே $r \leq \sqrt{3}$ உம் $\theta \leq \frac{\pi}{3}$ உம் ஆகும்.

15

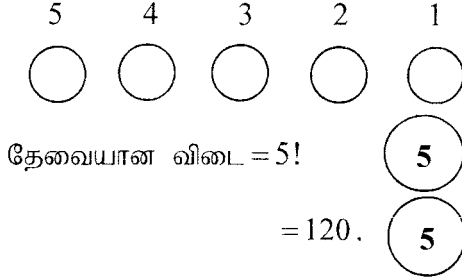
இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 81% மட்டுமேயாகும். சிக்கலெண்களின் ஒழுக்குகள் தொடர்பான தலைப்பின்கீழ் முன்வைக்கப்பட்டதுடன் ஒழுக்கின் இடைவெட்டு புள்ளிகளை முனையாள்கூறுகளில் காண்பதற்கு எதிர் பார்க்கப்பட்டதுடன் அதன் இலகுவதன்மை 18% ஆகும். ஆகண் வரிப்படத்தில் $|z - i| = 1$ இனைக் காட்டும்போது, $Arg(z - i) = \lambda/6$ ஐக் காட்டும்போது அந்த ஒழுக்கு அரைவாசி கோட்டினால் காட்டப்பட வேண்டும் எனவும் (0,1) என்ற புள்ளிக்குரியதாக அமையாது என்பதையும் அறியாமையினால் புள்ளியைப் பெற முடியாது போனது. ஒழுக்குகள் அடங்கிய பல்வேறு வடிவிலே பிரச்சினை தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் புள்ளி மட்டத்தைக் கூட்ட முடியும்.

4 ஆம் வினா

4. ஒவ்வொரு இலக்கமும் ஒரு தடவை மாத்திரம் பயன்படுத்தப்பட்டால், 1,2,3,4,5 என்னும் இலக்கங்களிலிருந்து ஐந்து இலக்கங்களைக் கொண்ட எத்தனை வெவ்வேறு எண்களை ஆக்கலாம் ?

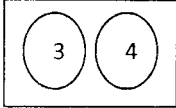
இவ்வெண்களில் (i) எத்தனை இரட்டை எண்கள் உள்ளன ?

(ii) எத்தனையில் 3, 4 ஆகிய இலக்கங்கள் அடுத்தடுத்து உள்ளன ?

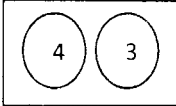


(i) தேவையான விடை 2 அல்லது 4 ஆக இருக்க வேண்டும்.

தேவையான விடை = $2 \times 4! = 48$

(ii)  ஒன்றாகவும் அதே ஒழுங்கிலும் இருக்கும்போது

தேவையான வழிகளின் எண்ணிக்கை = 4!

(i)  ஒன்றாகவும் அதே ஒழுங்கிலும் இருக்கும்போது

மீண்டும் தேவையான வழிகளின் எண்ணிக்கை 4!

தேவையான விடை = $2 \times 4! = 48$

5

25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 91% இனர் மட்டுமேயாகும். வரிசை மாற்றமும் சேர்மானமும் எனும் தலைப்பின் கீழே இந்த பிரச்சினை முன்வைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். பிரச்சினத்தில் முதலாம் பகுதியை விளங்கிக் கொள்வது பொதுவான மட்டத்திலே காணப்படுவதுடன் இரண்டாம் பகுதியிலே வரிசை மாற்றம் அறிவு குறைவானமையினால் இறுதி விடையை சரியாகப் பெறுவதில் குறைபாடுகள் இருந்தன.

ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பிரச்சினைகளை வாசித்து விளங்கிக் கொண்டு தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களைப் பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்தக் குறைபாட்டை இல்லாது செய்ய முடியும்.

5 ஆம் வினா

5. $\alpha > 0$ எனக் கொள்வோம். $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} = 16$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக α இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} \\
 & \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \alpha x}{(1 - \cos(\alpha x))} \cdot \frac{1}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} \cdot \frac{\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2}}{\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \alpha x}{2x^2} \cdot \frac{(\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2})}{(1 + \cos(\alpha x))} \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \alpha x}{\alpha x} \right)^2 \times \frac{\alpha^2}{2} \times \frac{(\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2})}{(1 + \cos(\alpha x))} \\
 & \quad 1^2 \cdot \frac{\alpha^2}{4} \cdot \frac{4}{2} = \alpha^2 \\
 & \therefore \alpha^2 = 16 \Rightarrow \alpha = 4 \quad (\because \alpha > 0)
 \end{aligned}$$

25

மாற்றுமுறை:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \left(\frac{\alpha x}{2} \right)}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} \times \frac{(\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2})}{(\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2})} \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha x}{2} \right)}{x^2} \cdot (\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2}) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \left(\frac{\alpha x}{2} \right)}{\frac{\alpha x}{2}} \right)^2 \times \frac{\alpha^2}{4} \times (\sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2}) \\
 & \quad 1^2 \cdot \frac{\alpha^2}{4} \cdot 4 = \alpha^2 \\
 & \therefore \alpha^2 = 16 \Rightarrow \alpha = 4 \quad (\because \alpha > 0)
 \end{aligned}$$

25

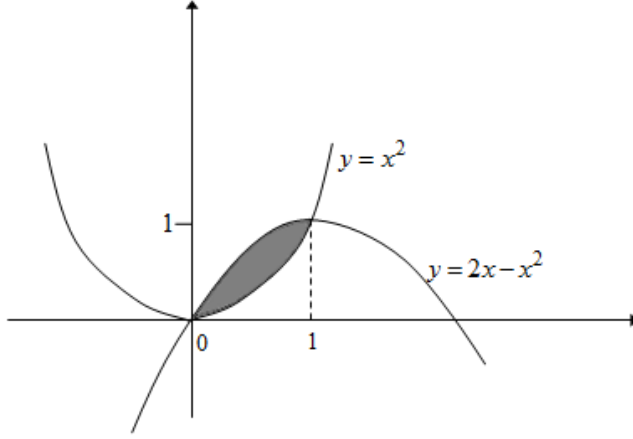
5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 93% இனர் மட்டுமேயாகும். வரைபின் எல்லைகளைக் காண்பதற்குரிய இந்தப் பிரசினம் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% மட்டுமேயாகும். தரப்பட்ட வளையியின் எல்லையைக் காண்பதற்கு முடியுமான வகையில் மாற்றுவதற்கு உரிய விளக்கம் தெளிவான மட்டத்தில் இருந்தாலும் அட்சரகணிதக் கூற்றை சுருக்குவதில் வழக்கள் இருத்தல் மற்றும் திரிகோணகணித சூத்திரம் தொடர்பான நினைவு போதாமையினால் இவ்வாறு புள்ளிகள் குறைவதற்குக் காரணமாகும்.

இறுதி விடையைப் பெற்ற மாணவர்களும் தேவையான தேற்றங்களை பயன்படுத்தி சரியான முறையில் காட்டாமையினால் புள்ளிகள் குறைவதற்கு காரணமாக அமைந்தது. திரிகோண கணித சூத்திரங்களை மனனஞ் செய்தல், அட்சர கணித கூற்றுகளைச் சுருக்குவதற்குப் பயிற்றுவித்தல் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

6 ஆம் வினா

6. $y = x^2$, $y = 2x - x^2$ என்னும் வளைவிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{3}$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.



இடைவெட்டும் புள்ளிகளில் : $x^2 = 2x - x^2$
 $x(x-1) = 0$
 $x = 0$ or $x = 1$.

தேவையான பரப்பு

$$= \int_0^1 [(2x - x^2) - x^2] dx \quad (15)$$

$$= 2 \int_0^1 (x - x^2) dx$$

$$= 2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 \quad (5)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{3} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

25

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 88% இனர் மட்டுமேயாகும். இருபடிச் சார்புகளின் பரும்படியான படங்களைக் கீறுதல், மற்றும் அந்த வளைவிகளுக்கிடையிலான பரப்பளவுகளை காண்பதற்குரிய இந்த வினா முன்வைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 38% ஆகும். இருபடி வளைவிகளை பரும்படியாகக் கீறாது விடையைப் பெற்றமை வளைவுகளின் இடைவெட்டு புள்ளிகளை இனங்காண சிரமமானதால் புள்ளிகள் குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமைந்தது.

நியம வளையியை சுருக்கமான முறைகளில் கீறுவதற்கு மாணவர்களைப் பயிற்றுவித்தல் புள்ளி மட்டத்தை அதிகரித்துக் கொள்ளும் ஒரு முறையாகும்.

7 ஆம் வினா

7. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ இற்கு $x = 3\sin^2 \frac{\theta}{2}$, $y = \sin^3 \theta$ என்னும் பரமானச் சமன்பாடுகளினால் ஒரு வளையி C தரப்பட்டுள்ளது. $\frac{dy}{dx} = \sin 2\theta$ எனக் காட்டுக.

C மீது உள்ள ஒரு புள்ளி P இல் இருக்கும் தொடலியின் படித்திறன் $\frac{\sqrt{3}}{2}$ எனின், P ஐ ஒத்த பரமானம் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\frac{dy}{d\theta} = 6\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \times \frac{1}{2} = 3\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

(5)

$$\frac{dy}{d\theta} = 3\sin^2 \theta \cos \theta \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}$$

$$= \frac{3\sin^2 \theta \cos \theta}{3\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \quad (5)$$

$$= 2\sin \theta \cos \theta$$

$$= \sin 2\theta$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_P = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5)$$

$$2\theta = \frac{\pi}{3} \quad \left(\because 0 < 2\theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 91% இனர் மட்டுமேயாகும். பரும்படியான வளையிகளை வகையிடுதல் மற்றும் சங்கிலித் தேற்றத்தை பயன்படுத்துவதன் மூலம் வளையியின் படித்திறனை காணல் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 52% ஆகும். சங்கிலி விதியைப் பிரயோகித்தல் சரியாக இருப்பினும் தரப்பட்ட பருமட்டான வளையியை வகையிடுவதில் தவறு காரணமாக புள்ளிகள் குறைவடைந்து இருந்தது. θ இன் வீச்சு 2θ இற்காக காணும் விடையில் காண முடியாது இருந்தது. வளையியின் வகையிட்டு முறைகளைப் பயிற்றுவிக்குமாறு பயிற்றுவித்தல் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்யலாம்.

8 ஆம் வினா

8. உற்பத்தியினூடாகவும் $2x + 3y - k = 0$, $x - y + 1 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளின் வெட்டுப் புள்ளியினூடாகவும் செல்லும் நேர்கோடு l எனக் கொள்வோம்; இங்கு $k (\neq 0)$ ஒரு மாறிலி. l இன் சமன்பாட்டை k இன் சார்பிற் காண்க.

$(1, 1)$, $(3, 4)$ ஆகிய இரு புள்ளிகளும் l இன் ஒரே பக்கத்தில் உள்ளனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $k < 18$ எனக் காட்டுக.

$$l: 2x + 3y - k + \lambda(x - y + 1) = 0 \quad \text{இங்கு } \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\text{உற்பத்தியினூடு } l \text{ செல்வதால்} \quad -k + \lambda = 0$$

$$\therefore \lambda = k$$

5

$$\therefore l \text{ இன் சமன்பாடு } (2 + k)x + (3 - k)y = 0$$

5

$(1, 1)$ உம் $(3, 4)$ உம் ஒரே பக்கத்தில் இருப்பதால்

$$\Rightarrow [(2 + k) + (3 - k)][3(2 + k) + 4(3 - k)] > 0$$

5

$$\Rightarrow 5(18 - k) > 0$$

$$\Rightarrow k < 18.$$

5

25

மாற்றுமுறை

$$l: x - y + 1 + \lambda(2x + 3y - k) = 0 \quad \text{இங்கு } \lambda \in \mathbb{R}.$$

5

உற்பத்தியினூடு l செல்வதால்

$$1 - \lambda k = 0$$

$$\Rightarrow \lambda k = 1$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{k}, (\because k \neq 0)$$

5

$$\therefore l \text{ இன் சமன்பாடு } \left(1 + \frac{2}{k}\right)x + \left(\frac{3}{k} - 1\right)y = 0$$

5

$(1, 1)$ உம் $(3, 4)$ உம் ஒரே பக்கத்தில் இருப்பதால்

$$\Rightarrow \left[1 + \frac{2}{k} + \frac{3}{k} - 1\right] \left[3 + \frac{6}{k} + \frac{12}{k} - 4\right] > 0$$

5

$$\Rightarrow \frac{5(18 - k)}{k^2} > 0$$

$$\Rightarrow k < 18. (\because k \neq 0)$$

5

25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 88% இனர் மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவினது நேர்கோடுகள் தொடர்பான கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 38% ஆகும்.

எந்தவொரு நேர்கோட்டினதும் சமன்பாட்டை சரியாகப் பெற்றிருப்பதை காண முடிந்தது. எனினும் நேர்கோடொன்றினை அடிப்படையாகக் கொண்டு புள்ளிகள் இரண்டினது அசைவு தொடர்பாக சரியான எண்ணக்கருவை விளங்கிக் கொண்டு அதற்கேற்ப விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்காமையினால் அந்தப் பகுதிக்கு உரிய புள்ளிகளைப் பெற முடியாது இருந்தது.

கோட்பாடுகளை சரியாக விளங்கிக் கொள்ளுமாறு பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களைப் பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

9 ஆம் வினா

9. $A \equiv (1, 2)$, $B \equiv (-5, 4)$ எனவும் S என்பது AB ஐ ஒரு விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் எனவும் கொள்வோம்.

(i) வட்டம் S இனதும்

(ii) வட்டம் S ஐ நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டுகின்ற, மையம் $(1, 1)$ ஐ உடைய வட்டத்தினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$(i) \quad \frac{(y-2)(y-4)}{(x-1)(x+5)} = -1 \text{ for } x \neq 1, -5 \text{ இற்கு } 5$$

$$S : (x-1)(x+5) + (y-2)(y-4) = 0 \quad 5$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$$

(ii) தேவையான வட்டம் S' எனின்,

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + c' = 0. \quad 5$$

S , S' என்பன நிமிர் கோணத்தில் இடைவெட்டுவதால் $\Rightarrow 2gg' + 2ff' = c + c'$,
இங்கு $g = 2$, $f = -3$, $g' = -1$, $f' = -1$, $c = 3$, $c' = c'$. 5

$$\Rightarrow 2(2)(-1) + 2(-3)(-1) = 3 + c'$$

$$\Rightarrow c' = -1 \quad 5$$

$$\therefore S' : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$$

25

மாற்றுமுறை

$$(i) S : (x-1)(x+5) + (y-2)(y-4) = 0 \quad (10)$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$$

(ii) தேவையான வட்டம் S' எனின்,

$$S' : (x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2 \quad (5)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 - r^2 = 0.$$

S, S' என்பன நிமிர் கோணத்தில் இடைவெட்டுவதால்

$$\Rightarrow 2gg' + 2ff' = c + c',$$

இங்கு $g = 2, f = -3, g' = -1, f' = -1, c = 3$ and $c' = 2 - r^2$.

$$2(2)(-1) + 2(-3)(-1) = 3 + (2 - r^2) \quad (5)$$

$$\Rightarrow r^2 = 3 \quad (5)$$

$$\therefore S' : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$$

25

9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 86% இனர் மட்டுமேயாகும். வட்டங்கள் தொடர்பான கோட்பாடுகளைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 32% ஆகும்.

இங்கு (i) ஆம் பகுதிக்குரிய AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டை சரியாக பெறாமையினாலும் அதனைச் சரியாக பெற்ற பரீட்சார்த்திகளாய் இருப்பினும் வட்டங்கள் இரண்டும் நிமிர்கோணங்களிலே இடைவெட்டுவதற்காக உள்ள கோட்பாட்டைச் சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினாலும் புள்ளிகளை இழந்துள்ளனர். கோட்பாட்டினை விளக்கிக் கொள்ளுமாறு பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

10 ஆம் வினா

10. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ இற்குச் சமன்பாடு $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$ ஐத் தீர்க்க.

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$$

(5)

(5)

$$2 \cos 2x \cos x + \cos 2x = 2 \sin 2x \cos x + \sin 2x$$

$$\cos 2x(2 \cos x + 1) = \sin 2x(2 \cos x + 1) \quad (5)$$

$$\cos 2x \neq \sin 2x \quad (\because 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2 \cos x \neq 1 \neq 0)$$

(5)

$$\tan 2x \neq 1 \quad (\because \cos 2x \neq 0 \Rightarrow \sin 2x \neq 0)$$

$$2x \neq \frac{\pi}{4} \quad \left(\because 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

$$x \neq \frac{\pi}{8} \quad (5)$$

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 83% இனர் மட்டுமேயாகும். இது திரிகோணகணித சமன்பாடுகளை தீர்ப்பது தொடர்பான பிரச்சினையொன்றாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 18% ஆகும். இந்தப் பிரச்சினத்தில் முதன் முறையாக சரியாகச் செய்திருப்பினும் அனேக பரீட்சார்த்திகள் $2 \cos x + 1 \neq 0$ எனக் கருதி அந்தக் காரணியை நீக்கியிருந்தமையினால் சரியான முழுமையான தீர்வை பெறுவதற்கு முடியாது இருந்தது.

காரணிகள் உள்ளடக்கப்பட்ட திரிகோண கணித சமன்பாட்டை தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

(10) இணைந்த கணிதம் I - பகுதி B

11 ஆம் வினா

11. (a) $a \neq 0$ ஆகவும் $a + b + c \neq 0$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனவும் $f(x) = ax^2 + bx + c$ எனவும் கொள்வோம்.

சமன்பாடு $f(x) = 0$ இல் 1 ஒரு மூலமன்று எனக் காட்டுக.

$f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம்.

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{a}(a + b + c)$ எனவும் $\frac{1}{\alpha - 1}, \frac{1}{\beta - 1}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்

சமன்பாடு $g(x) = 0$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் காட்டுக; இங்கு $g(x) = (a + b + c)x^2 + (2a + b)x + a$.

இப்போது $a > 0$ எனவும் $a + b + c > 0$ எனவும் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் இழிவுப் பெறுமானம் m_1 ஆனது $m_1 = -\frac{\Delta}{4a}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $\Delta = b^2 - 4ac$ ஆகும்.

$g(x)$ இன் இழிவுப் பெறுமானம் m_2 எனக் கொள்வோம். $(a + b + c)m_2 = a m_1$ என உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து, எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $g(x) \geq 0$ ஆக இருந்தால்-இருந்தால் மாத்திரம் எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $f(x) \geq 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $p(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ எனவும் $q(x) = x^2 + 3x + 6$ எனவும் கொள்வோம். மீதித் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $p(x)$ ஆனது $(x - 1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதியையும் $q(x)$ ஆனது $(x - 2)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதியையும் காண்க.

$p(x) = (x - 1)q(x) + 5$ என வாய்ப்புப் பார்த்து, $p(x)$ ஆனது $(x - 1)(x - 2)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதியைக் காண்க.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

(a) $f(1) = a + b + c \neq 0$.

5

$\therefore 1$ ஆனது $f(x) = 0$ இன் மூலமன்று

5

10

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ and } \alpha\beta = \frac{c}{a}.$$

5

வேறு முறை

$$f(x) \square a(x - \alpha)(x - \beta)$$

5

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$$

5

$$f(1) = a(1 - \alpha)(1 - \beta) = a + b + c$$

5

$$= \frac{c}{a} + \frac{b}{a} + 1$$

5

$$(1 - \alpha)(1 - \beta) = \frac{a + b + c}{a}$$

5

$$= \frac{a + b + c}{a}$$

15

$$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha - 1}, \quad \beta_1 = \frac{1}{\beta - 1} \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

$$\alpha_1, \beta_1 \text{ ஐ மூலங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு } (x - \alpha_1)(x - \beta_1) = 0.$$

10

$$\text{அதாவது } x^2 - (\alpha_1 + \beta_1)x + \alpha_1\beta_1 = 0. \text{ -----(1)}$$

$$\text{இப்போது } \alpha_1 + \beta_1 = \frac{1}{\alpha - 1} + \frac{1}{\beta - 1} = \frac{\alpha + \beta - 2}{(\alpha - 1)(\beta - 1)}$$

5

$$= \frac{-\frac{b}{a} - 2}{(a+b+c)/a} = -\frac{(2a+b)}{a+b+c}.$$

5

மேலும் $\alpha_1 \beta_1 = \frac{a}{a+b+c}.$

5

(1) இன் படி தேவையான இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 + \frac{(2a+b)}{(a+b+c)}x + \frac{a}{a+b+c} = 0$

$$\Leftrightarrow (a+b+c)x^2 + (2a+b)x + a = 0$$

$$\Leftrightarrow g(x) = 0, \text{ இங்கு } g(x) = (a+b+c)x^2 + (2a+b)x + a.$$

5

30

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

5

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$= a \underbrace{\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2}_{\geq 0} - \frac{\Delta}{4a} \quad (\because a \geq 0)$$

5

$$\geq -\frac{\Delta}{4a} \text{ சமம் } (x \leq -\frac{b}{2a} \text{ ஆகும் பொழுது})$$

5

5

$$\therefore f(x) \text{ இன் இழிவுப் பெறுமானம் } -\frac{\Delta}{4a},$$

5

அதாவது $m_1 \leq -\frac{\Delta}{4a}.$

25

எனவே $m_2 = -\frac{\Delta'}{4(a+b+c)},$

5

இங்கு $\Delta' = (2a+b)^2 - 4(a+b+c) \cdot a$

5

$$= 4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 - 4ab - 4ac$$

5

$$= b^2 - 4ac$$

$$= \Delta.$$

$$\text{மேலும் } m_2 = \frac{-\Delta'}{4(a+b+c)}$$

$$= \frac{4a m_1}{4(a+b+c)}$$

$$\Leftrightarrow (a+b+c)m_2 = am_1.$$

5

20

$f(x) \geq 0$ எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும்

$$\Leftrightarrow m_1 \geq 0$$

5

$$\Leftrightarrow m_2 \geq 0 \quad \because m_2 = \frac{a m_1}{(a+b+c)}$$

5

$\Leftrightarrow g(x) \geq 0$ எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும்

5

15

(b) $p(x)$ ஆனது $(x-1)$ ஆல் வகுக்கப்படும் பொழுது மீதி $p(1) = 5$

5

$q(x)$ ஆனது $(x-2)$ ஆல் வகுக்கப்படும் பொழுது மீதி $q(2) = 16$

5

10

$$(x-1)q(x) + 5 = (x-1)(x^2 + 3x + 6) + 5$$

5

$$= x^3 + 3x^2 + 6x - x^2 - 3x - 6 + 5$$

$$= x^3 + 2x^2 + 3x - 1$$

5

$$= p(x).$$

10

$$q(x) = (x-2)(x-5) + 16 \text{ ஆகும்}$$

5

$$\therefore p(x) = (x-1)\{(x-2)(x+5) + 16\} + 5$$

$$= (x-1)(x-2)(x+5) + 16x - 11.$$

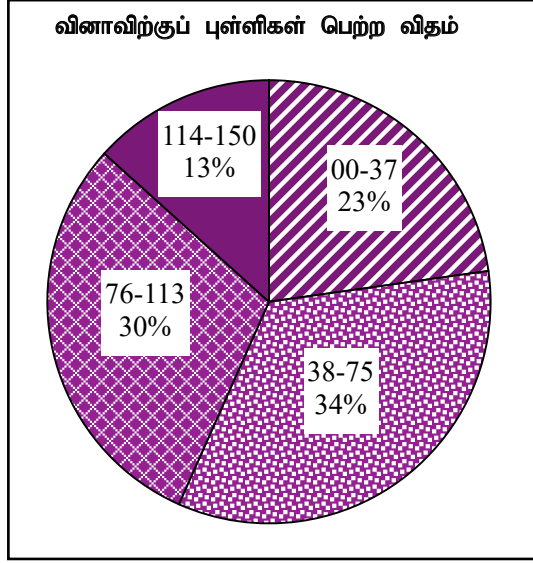
5

எனவே தேவையான மீதி $16x - 11$.

5

15

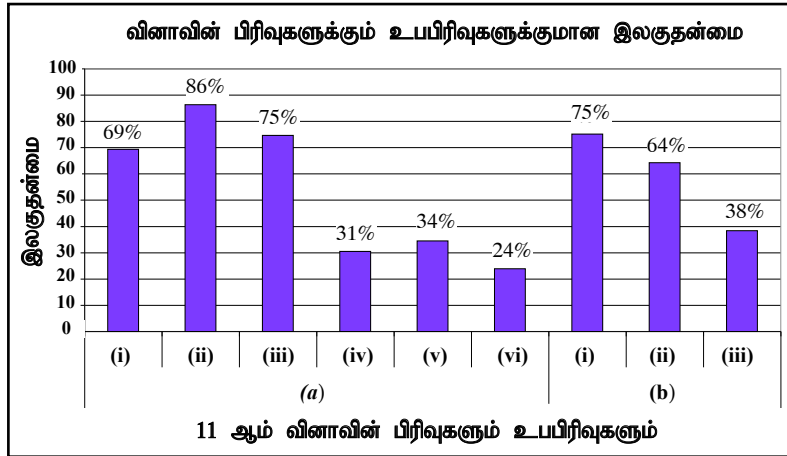
11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 92% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 23% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 34% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 30% இனரும்
114 - 150 என்ற ஆயிடையில் 13% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 9 உபபகுதிகள் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (a) யின் (ii) உபபகுதியாவதுடன் அது 86% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (a) யின் (vi) ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அது 24% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவின் (a) பகுதியிலே இருபடிச்சமன்பாட்டின் கீழே வருவதுடன் (b) பகுதியினது மீதித் தேற்றத்தில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. (a) பகுதியில் 6 உபபகுதிகளும் (b) பகுதியில் 3 உபபகுதிகளும் உள்ளன. பகுதி (a) யிலே (ii) ஆம் உபபகுதிக்கான இலகுதன்மை அதிகமாக உள்ளதோடு அது 86% ஆகும். (vi) உபபகுதியின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாவதுடன் அது 24% ஆகும். பகுதி (a) யிலே (iv) ஆவது உபபகுதியினதும் தரப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாட்டை சரியான முறையில் வர்க்க பூர்த்தியாக்குவதற்கு தேவையான கூற்றைப் பெற்றிருந்தாலும் இழிவாக காணப்படுவதற்கான தேவைகள் தொடர்பாக போதுமான அறிவு இன்மையினால் அந்த பகுதியில் எஞ்சிய புள்ளிகளை போதியளவு பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது.

பகுதி (a) யின் (vi) ஆனது உபபகுதிக்கு விடை எழுதுவதற்கான கட்டாயமாகவும் போதுமானதுமான தேவைப்பாடு தொடர்பாக போதுமான அறிவு இன்மையால் இலகுதன்மை குறைந்த மட்டத்திலே காணப்பட்டது. பகுதி (b) யின் (i), (ii) என்ற உபபகுதிகளுக்கு 64% அல்லது அதிலும் கூடிய இலகுதன்மை இருப்பினும் உபபகுதி (iii) இற்கான இலகுதன்மை 38% ஆகும். $q(x)$ என்பது $(x - 1)(x - 2)$ எனப் பிரித்து மீதியைச் சரியாக காட்டுவதற்கு பரீட்சார்த்திகளுக்கு முடியாது இருந்தது. பரீட்சார்த்திகளுள் அடிப்படை அட்சரகணித எண்ணக்கருவை விருத்தி செய்வதற்கும் தரப்பட்ட ஆலோசனைகளை வாசித்து வினாவைச் சரியாக விளங்கிக் கொண்டு தர்க்கரீதியாக விடை எழுத முடியுமாறான பயிற்சிகளில் தொடர்ந்து ஈடுபடுதல் பயனுள்ளதாகும்.

12 ஆம் வினா

12.(a) $n \in \mathbb{Z}^+$ எனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில், $(1+x)^n$ இற்கு ஈருறுப்பு விரியைக் கூறுக.

வழக்கமான குறிப்பீட்டில், $r = 0, 1, 2, \dots, n-1$ இற்கு $\frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r} = \frac{n-r}{r+1}$ எனக் காட்டுக.

$(1+x)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் x^r, x^{r+1}, x^{r+2} ஆகியவற்றின் குணகங்கள் அதே வரிசையில் எடுக்கப்படும்போது $1:2:3$ விகிதங்களில் உள்ளனவாகும். இச்சந்தர்ப்பத்தில் $n = 14$ எனவும் $r = 4$ எனவும் காட்டுக.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{10r+9}{(2r-3)(2r-1)(2r+1)}$ எனவும் $f(r) = r(Ar+B)$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு A, B ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{f(r)}{(2r-3)(2r-1)} - \frac{f(r+1)}{(2r-1)(2r+1)}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^n U_r = -3 - \frac{(n+1)(2n+3)}{(4n^2-1)}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதென மேலும் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(a) $(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r$, இங்கு ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ for $r = 0, 1, 2, \dots, n$.

5

5

10

$r = 0, 1, 2, \dots, n-1$, இற்கு

$$\frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r} = \frac{\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}}{\frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

10

$$= \frac{1}{\frac{r+1}{1}} = \frac{n-r}{r+1} \dots \dots \dots (1)$$

5

15

இதேபோல் $r = 0, 1, 2, \dots, n-2$, இற்கு

$$(1) \Rightarrow \frac{{}^nC_{r-2}}{{}^nC_{r-1}} = \frac{n-r-1}{r+2}$$

5

${}^nC_r : {}^nC_{r+1} : {}^nC_{r+2} = 1:2:3$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது.

5

$$\Rightarrow \frac{n-r}{r+1} = 2, \quad \frac{n-r-1}{r+2} = \frac{3}{2}$$

5

5

$$\Rightarrow n - r = 2(r + 1) \text{-----} (2) \quad , \quad 2(n - r - 1) = 3(r + 2)$$

$$\Rightarrow 4(r + 1) - 2 = 3r + 6$$

$$\Rightarrow r = 4, \text{அத்துடன்} \quad (2) \text{ இன் படி} \quad n = 14.$$

5

5

30

$$(b) \frac{10r+9}{(2r-3)(2r-1)(2r+1)} = \frac{r(Ar+B)}{(2r-3)(2r-1)} - \frac{(r+1)(Ar+A+B)}{(2r-1)(2r+1)} \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow 10r+9 = r(Ar+B)(2r+1) - (r+1)(Ar+A+B)(2r-3) \quad (5)$$

$$\square r[2Ar^2 \square (A \square 2B)r \square B] \square (r \square 1)[2Ar^2 \square (2A \square 2B - 3A)r - 3(A \square B)]$$

$$= 2Ar^3 + (A + 2B)r^2 + Br - 2Ar^3 - (2B - A)r^2 + 3(A + B)r - 2Ar^2 - (2B - A)r + 3(A + B)$$

$$= -(4A + 2B)r + 3(A + B), r \in \mathbb{Z}^+ \text{ இற்கு} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow r^1 : 4A + 2B = 10, \quad r^0 : 3A + 3B = 9 \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow A \square 2, \quad B \square 1.$$

5

5

40

$$U_r = g(r) - g(r+1), \text{இங்கு} \quad g(r) \square \frac{f(r)}{(2r-3)(2r-1)} \text{அத்துடன்} \quad f(r) = r(2r+1)$$

$$r \square 1; \quad U_1 \square g(1) - g(2)$$

$$r \square 2; \quad U_2 \square g(2) - g(3)$$

⋮

$$r \square n-1; \quad U_{n-1} \square g(n-1) - g(n)$$

$$r \square n; \quad U_n = g(n) - g(n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = g(1) - g(n+1)$$

10

5

5

$$= \frac{(1)(3)}{(-1)(1)} - \frac{(n+1)(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= -3 - \frac{(n+1)(2n+3)}{(4n^2-1)}$$

30

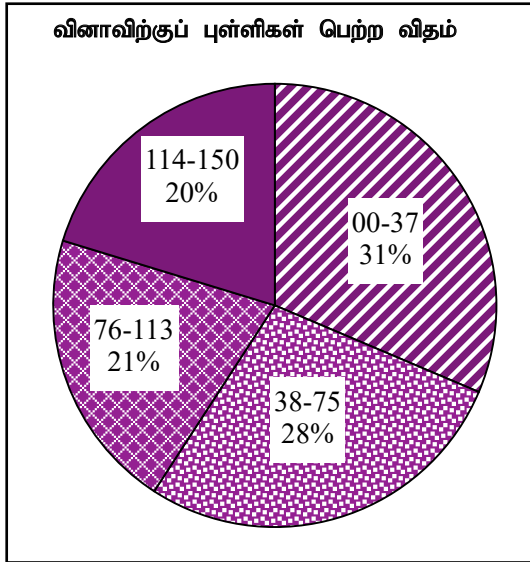
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ -3 - \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{3}{n}\right)}{\left(4 - \frac{1}{n^2}\right)} \right\} \quad (5)$$

$$= -3 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2} \quad (5)$$

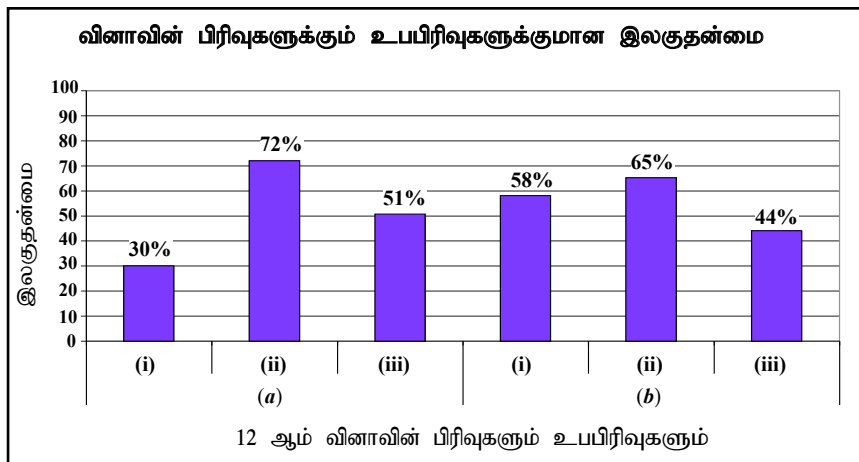
அதனால் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒடுங்குவதுடன் கூட்டுத்தொகை $-\frac{7}{2}$ ஆகும். (5)

25

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 79% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 55% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்,
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 28% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 21% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 20% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 6 உபபகுதிகள் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (a) யின் (ii) உபபகுதியாவதுடன் அது 72% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (a) யின் (i) ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அது 30% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவிற்கு 79% மான பரீட்சார்த்திகள் விடையளித்திருந்தனர். இந்த வினாவினது ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட இரு விடயங்களைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி (a) யிலே ஈருறுப்பு விரிவு தொடர்பான அறிவும் பகுதி (b) யிலே விரிவு விருத்திகள் தொடர்பான அறிவும் சோதிக்கப்படுகிறது. பகுதி (a) யில் உப்பகுதிகள் 3 உம் பகுதி (b) யிலே 3 உப்பகுதிகளும் உள்ளன. பகுதி (a) யின் இலகுச்சுட்டி 30% இல் இருந்து 72% வரையிலாகும். அதில் 30% மான அளவு (a) யின் முதலாவது பகுதிக்காக இருப்பதுடன் அது மிகக்குறைந்த பெறுமானமாக இருப்பதற்கு காரணம் ஈருறுப்பு விதியினை காட்டும் போது கண்டிப்பாக காட்ட வேண்டிய $C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$ என்று எழுதாமையினாலாகும். இறுதி விடையின் படிமுறைகளைச் சரியாகக் காட்டாமையினால் (a) யின் மூன்றாவது பகுதிக்குரிய முழுப்புள்ளிகளையும் பெறமுடியாது இருந்தது.

பகுதி (b) யின் இலகுதன்மை 44% இல் இருந்து 65% வரையிலாகும். (b) யின் முதலாம் பகுதியின் இலகுதன்மை 51% மான மட்டத்தில் காணப்படுவதற்கு காரணமானது பிரச்சினையின் A மற்றும் B என்ற மாறிகளைக் கணிப்பதில் ஏற்பட்ட வழு காரணமாகும் என்பது தெளிவாகிறது. (b) யின் மூன்றாவது பகுதியிலே பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கூற்று $n \rightarrow \infty$ ஆவதற்கு எல்லைகளை கண்டுபிடிக்கக் கூடிய முறைக்கு அமைத்துக் கொள்வதன் காரணமாக சரியான விடையை அண்மிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. பெறப்பட்ட விடையும் தர்க்க ரீதியான (அதாவது ஒடுங்கும் எனவும் முடிவுப் பெறுமானத்தை எழுதாமை) கூற்றைச் செய்ய முடியாமையினால் முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது.

ஈருறுப்பு விரிவை எழுதும்போது தேவையான எல்லாப் பகுதிகளும் (C_r^n) உடன் r இன் வீச்சைக் கூறுவதற்கு மாணவர்களை பயிற்றுவிக்க வேண்டும். பிரச்சினத்திலே தரப்பட்ட தரவுகள் மூலம் தேவையான படிமுறை அட்சரங்களால் எழுதிக் காட்டித் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும். விருத்திகள் ஒருங்குவது தொடர்பாக பிரச்சினம் தீர்க்கும் போது எல்லைகளை கணிப்பதற்காக தேவையானவாறு கூற்றைத் தயாரிப்பதற்கு பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

13ஆம் வினா

13.(a) $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$AX = \lambda X$ ஆகவும் $AY = \mu Y$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக λ, μ ஆகிய மெய்யம் மாறிலிகளைக் காண்க.

$P = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். P^{-1} , AP ஆகியவற்றைக் கண்டு, $P^{-1}AP = D$ எனக் காட்டுக;

இங்கு $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(b) ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் புள்ளி A ஆனது சிக்கலெண் $2 + i$ ஐ வகைகுறிக்கின்றது. புள்ளி B ஆனது

$OB = 2(OA)$ ஆகவும் $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ளது; இங்கு O ஆனது உற்பத்தி ஆகும்.

$\angle AOB$ ஆனது OA இலிருந்து இடஞ்சுழியாக அளக்கப்படுகின்றது. புள்ளி B இனால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணைக் காண்க.

மேலும் $OACB$ ஓர் இணைகரமாக இருக்கத்தக்கதாகப் புள்ளி C இனால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணையும் காண்க.

(c) $z \in \mathbb{C}$ எனவும் $w = \frac{2}{1+i} + \frac{5z}{2+i}$ எனவும் கொள்வோம். $\text{Im } w = -1$ எனவும் $|w - 1 + i| = 5$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $z = \pm (2 + i)$ எனக் காட்டுக.

$$(a) \quad AX = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\lambda X = \begin{pmatrix} -\lambda \\ \lambda \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$AX = \lambda X \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda \\ \lambda \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 2.$$

$$AY = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mu Y = \begin{pmatrix} -2\mu \\ \mu \end{pmatrix}.$$

$$AY = \mu Y \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\mu \\ \mu \end{pmatrix} \Leftrightarrow -1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \mu = -1.$$

25

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} -a - 2c &= 1 \\ -b - 2d &= 0 \\ a + c &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} c &= -1, a = 1 \\ d &= -1, b = 2 \end{aligned}$$

$$b + d = 1$$

$$\therefore \mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

15

$$\mathbf{AP} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5

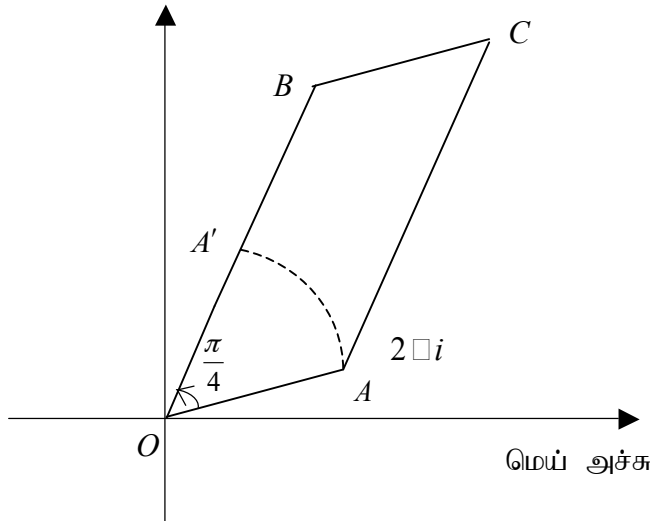
$$\mathbf{P}^{-1} \mathbf{AP} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \mathbf{D}.$$

5

25

கற்பனை அச்ச

(b)



OA ஐ இடம்குறிப்போக்கில் O பற்றி $\frac{\pi}{4}$ கோணத்தினூடாக சுழற்றும் போது புள்ளி A'

இனால் குறிப்பிடப்படும் பெறப்படும் சிக்கலெண் $z_1 = (2+i) \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ 10

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (2+i)(1+i)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (1+3i).$$

5

$$OA = OA' \Rightarrow OB = 2OA'.$$

B புள்ளி இனால் குறிப்பிடப்படும் சிக்கலெண் z_2

$$z_2 = 2z_1$$

$$z_2 = \sqrt{2}(1+3i) \text{ ஆல் கொடுக்கப்படும்.}$$

10

25

புள்ளி C இனால் குறிப்பிடப்படும் சிக்கலெண்

$$= (2+i) + z_2$$

10

$$= 2+i + \sqrt{2}(1+3i)$$

$$= (2+\sqrt{2}) + (1+3\sqrt{2})i.$$

5

15

$$(c) w = \frac{2}{1+i} + \frac{5z}{2+i}$$

$$= \frac{2(1-i)}{2} + \frac{5z(2-i)}{5}$$

5

$$= 1-i + z(2-i).$$

5

$$\text{Im } w = -1 \Rightarrow -1 = -1 + \text{Im } z(2-i)$$

$$\Rightarrow \text{Im } z(2-i) = 0$$

15

$$\Rightarrow z(2-i) = \overline{z}(2+i) \text{ -----(1)}$$

$$|w - 1 + i| = 5 \Rightarrow |z(2 - i)| = 5$$

$$\Rightarrow |z| |2 - i| = 5$$

$$\Rightarrow |z| \sqrt{5} = 5$$

15

$$|z| = \sqrt{5} \text{ -----(2)}$$

$$(1) \times z \Rightarrow z^2(2 - i) = z \bar{z}(2 + i)$$

$$(2) \Rightarrow z \bar{z} = 5$$

$$\therefore z^2(2 - i) = 5(2 + i)$$

10

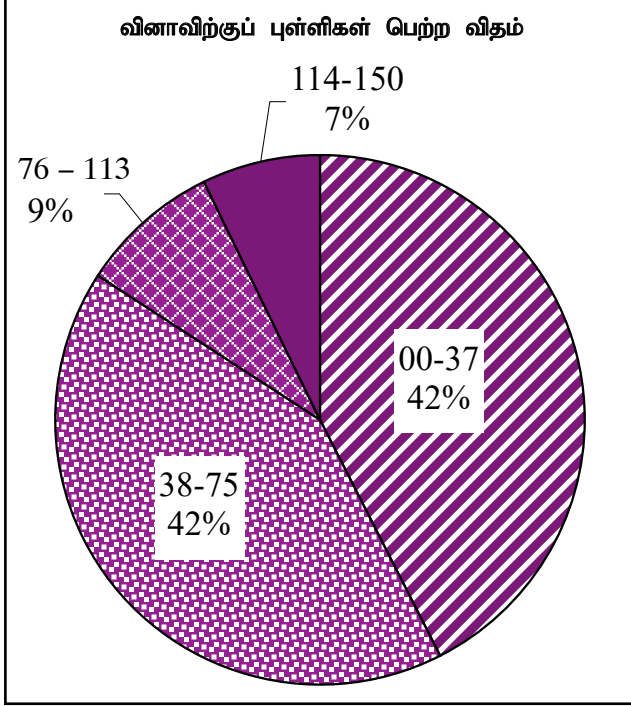
$$z^2 = \frac{2 + i}{2 - i} \cdot 5 = \frac{5}{5} (2 + i)^2$$

10

$$\therefore z = (2 + i)$$

60

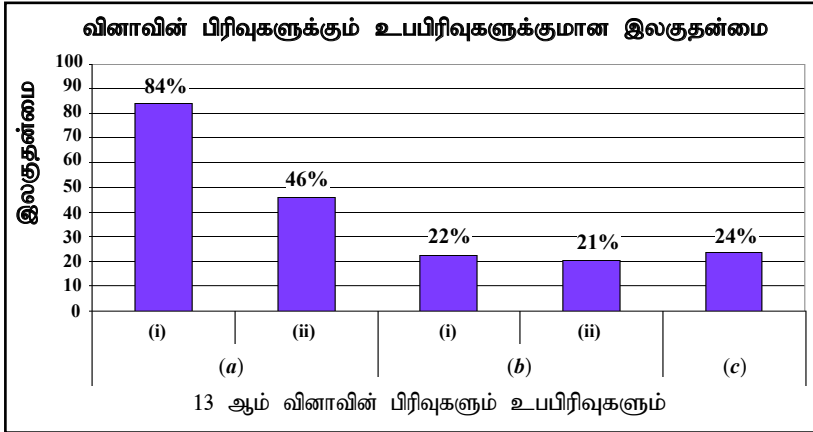
13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 74% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 44% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 42% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 42% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 9% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 7% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு 5 உபபிரிவுகள் உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (a) யின் (i) ஆவது உபபகுதியின் இலகுதன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 84% ஆகும். பகுதி (b) இன் (ii) ஆவது உபபகுதியின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பதுடன் அதன் இலகுதன்மை 21% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இது (a), (b), (c) என்ற மூன்று பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டதுடன் பகுதி (a) யானது தாயங்கள் தொடர்பான அறிவு மீதும் (b) மற்றும் (c) என்ற பகுதிகள் சிக்கலெண்கள் தொடர்பான கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டது. (a), (b) மற்றும் (c) என்பவற்றின் இலகுதன்மை முறையே 65%, 22%, 24% ஆகும். பகுதி (a) இரு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (i) இன் இலகுதன்மை 84% மாக உயர்ந்த மட்டத்தில் காணப்படுகிறது. அளிக்கப்பட்ட விடையானது திருப்தியான மட்டத்திலே காணப்படுகிறது. பகுதி (a) இன் (ii) ஆவது உபபகுதியில் தாயத்தின் எதிர்மறையைக் காண்பதற்கு சரியான கோட்பாடுகளை பயன்படுத்தாமையினால் திருப்தியான விடை எழுதி இருக்கவில்லை. அதனால் இலகுதன்மை 46% இற்கு குறைந்த மட்டத்தில் இருந்தது. பகுதி (b) இரு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை மிகவும் குறைந்த மட்டத்தில் காணப்படுவதுடன் அவை முறையே 22% மற்றும் 21% ஆகும். பகுதி (c) யின் இலகுதன்மை 24% ஆகும். சிக்கல் எண்களில் சுழற்சி கோட்பாடு தொடர்பான அறிவு போதாமையினால் பகுதி (b) இன் (i) ஆவது உபபகுதிக்காக புள்ளிகள் பெறாமையினால் (ii) ஆவது உபபகுதிக்காக விடை எழுதியிருப்பினும் பெறப்பட்ட புள்ளியின் அளவு குறைவாகும்.

பகுதி (c) இற்கு விடை எழுத முயற்சித்தது மிகவும் குறைந்த மட்டமாக இருந்தது. சிக்கலெண்கள் தொடர்பாக கோட்பாடுகள் தொடர்பான தெளிவு மிகக் குறைந்த மட்டத்தில் காணப்படாமையினால் திருப்திகரமான விடை எழுதுவதற்கு முடியாது இருந்தது. அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை உறுதி செய்யுமாறு பிரசினம் தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

14 ஆம் வினா

14.(a) $x \neq \pm 1$ இற்கு $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-1}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{2(x-3)(3x-1)}{(x^2-1)^2}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

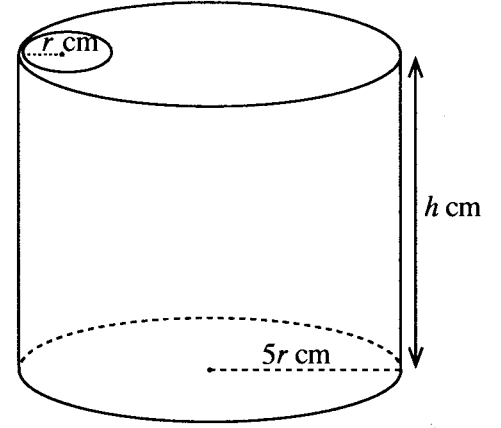
$y=f(x)$ இன் அணுகுகோடுகளின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

கிடை அணுகுகோடானது வளையி $y=f(x)$ ஐ இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகளையும் திரும்பற் புள்ளிகளையும் காட்டி $y=f(x)$ இன் வரைபைப் படும்படியாக வரைக.

(b) ஆரை $5r$ cm ஐயும் உயரம் h cm ஐயும் உடைய ஒரு செவ்வட்ட உருளை வாடிவத்தில் உள்ள ஒரு மெல்லிய உலோகக் கொள்கலத்திற்கு, ஆரை r cm ஐ உடைய ஒரு வட்டத் துளை உள்ள ஆரை $5r$ cm ஐ உடைய ஒரு வட்ட மூடி உள்ளது (உருவைப் பார்க்க). கொள்கலத்தின் கனவளவு $245 \pi \text{ cm}^3$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. துளை உள்ள மூடியைக் கொண்ட கொள்கலத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $S \text{ cm}^2$ ஆனது $r > 0$ இற்கு $S = 49\pi \left(r^2 + \frac{2}{r} \right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

S ஆனது இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக r இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(a) $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-1}$ for $x \neq \pm 1$.

$$f'(x) = \frac{(x^2-1)2(x-3) - (x-3)^2 \cdot 2x}{(x^2-1)^2}$$

15

$$= \frac{2(x-3)[x^2-1-x(x-3)]}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-3)(3x-1)}{(x^2-1)^2}$$

5

20

கிடை அணுகுகோடு : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. இதிலிருந்து $y = 1$

மேலும்

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

ஐ

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty$$

5

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \infty$$

ஐ

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

நிலைக்குத்து அணுகுகோடு: $x = 1$

5

10

தீர்க்க : $y \leq f(x)$ இல் $y \leq 1$ ஆகும் போது

$$\text{i.e } \frac{x-3}{x^2-1} \leq 1 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 - 1$$

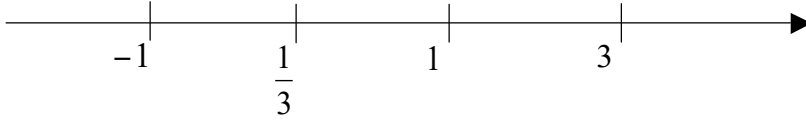
$$\Leftrightarrow 6x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{3}. \quad (5)$$

$$\text{எனவே தேவையான புள்ளி } \left(\frac{5}{3}, 1\right). \quad (5)$$

15

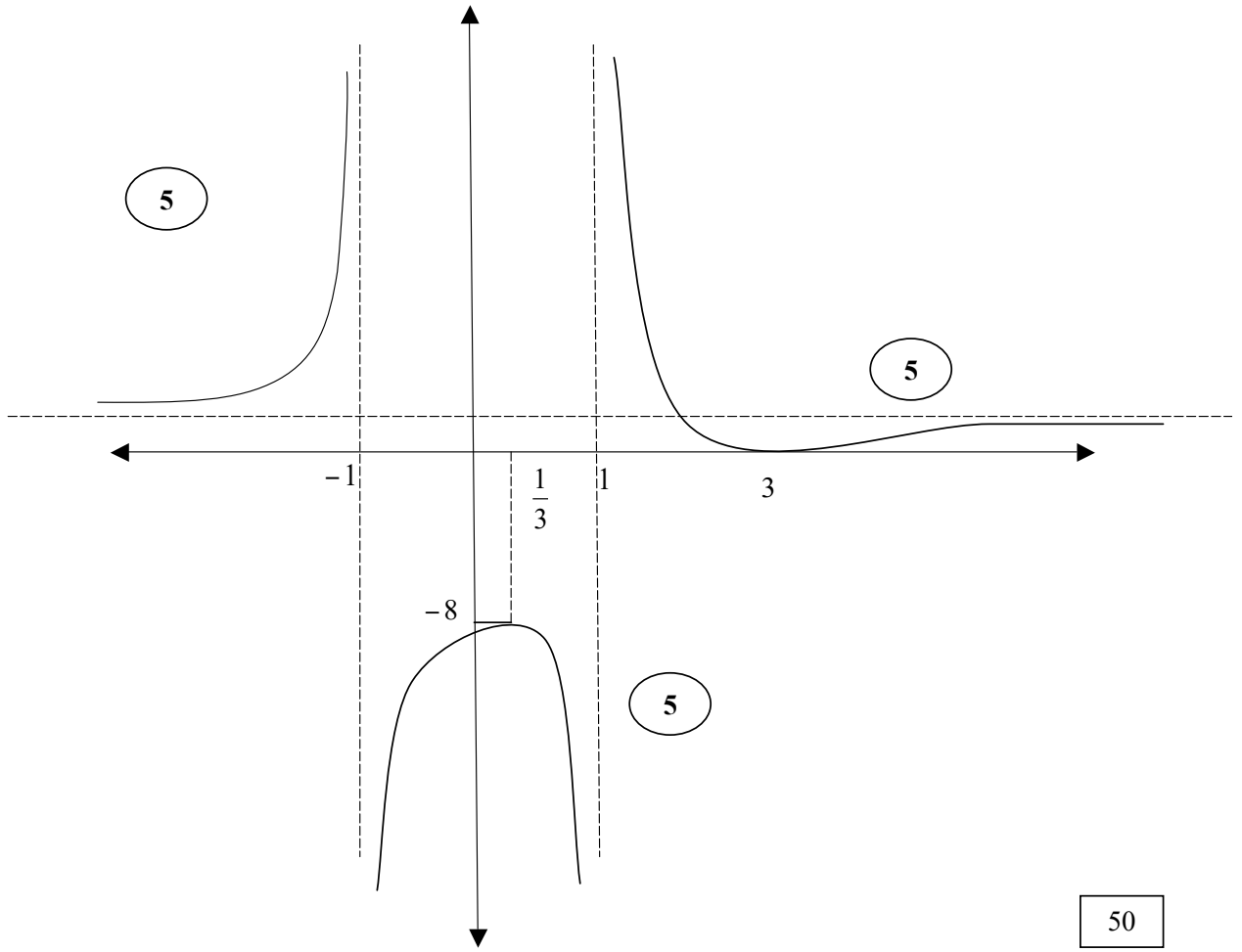
$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 3 \text{ அல்லது } x \leq \frac{1}{3}.$$



	$-\infty \leq x \leq -1$	$-1 \leq x \leq \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \leq x \leq 1$	$1 \leq x \leq 3$	$3 \leq x \leq \infty$
$f'(x)$ குறி	(+)	(+)	(-)	(-)	(+)
	(5)	(5)	(5)	(5)	(5)

இரண்டு திரும்பல் புள்ளிகளாவன: $\left(\frac{1}{3}, -8\right)$ - உயர்வு புள்ளி (5) $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(\frac{1}{3}-3\right)^2}{\frac{1}{9}-1} = \frac{64}{-8} = -8$

$$[3, 0] \text{ - இழிவுப் புள்ளி } (5)$$



$$(b) S = 2\pi(5r)h + \pi(5r)^2 \times 2 - \pi r^2$$

10

$$= 10\pi r h + 49\pi r^2 \text{ ----- (1)}$$

$$245\pi = \pi(5r)^2 \times h$$

5

$$\therefore h = \frac{245}{25r^2} = \frac{49}{5r^2}$$

$$(1) \Rightarrow S = 10\pi r \times \frac{49}{5r^2} + 49\pi r^2$$

5

$$= 49\pi \left(\frac{2}{r} + r^2 \right); r > 0.$$

20

$$\frac{dS}{dr} = 49\pi \left(2r - \frac{2}{r^2} \right)$$

10

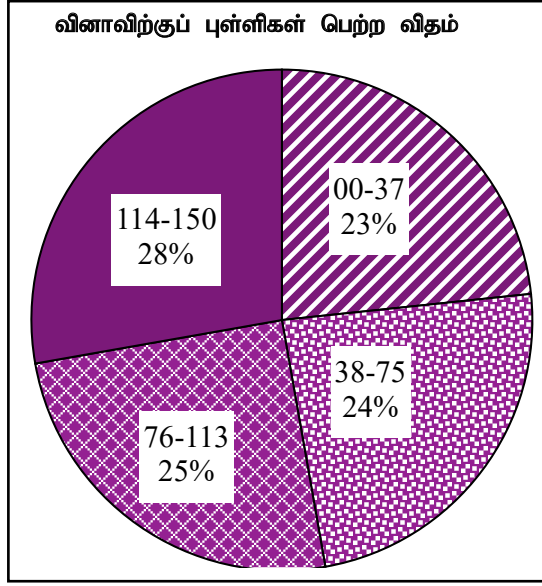
$$\frac{dS}{dr} = 0 \Leftrightarrow 2r = \frac{2}{r^2} \Leftrightarrow r = 1. \quad (r > 0 \text{ ஆதலால்})$$

$$0 < r < 1 \text{ இற்கு } \frac{dS}{dr} < 0, \quad r > 1 \text{ இற்கு } \frac{dS}{dr} > 0$$

$\therefore r$ இழிவளவாகும். இங்கு $r = 1$

35

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 96% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 60% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

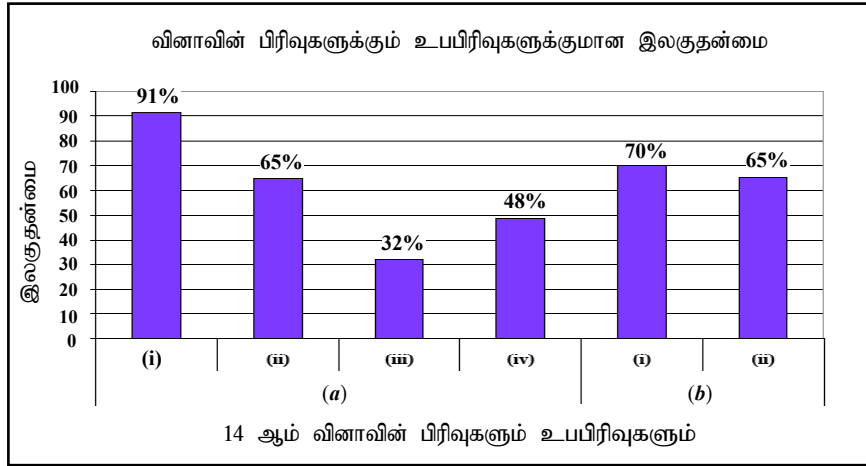
அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 23% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 25% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 28% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 6 உபபகுதிகள் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (a) (i) உபபகுதியாவதுடன் அது 91% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (a) (iii) உபபகுதியாவதுடன் அது 32% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவிற்கு 96% மான பரீட்சார்த்திகள் விடையளித்திருந்தனர். பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 32% இல் இருந்து 91% வரை பரந்துள்ளது. (a) (iii) இல் அது 32% வரை குறைவதற்கு காரணமாக அமைந்தது அந்தப் பகுதிக்கு விடை எழுதியிராமையாகும். (a) (iv) பகுதியில் அணுகுகோடுகளில் வரைபின் நடத்தையைக் கலந்துரையாடாமையினால் புள்ளிகள் குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமைந்தது. பகுதி (b) யிலே தரப்பட்ட தகவல்களுடன் கூற்றினைக் கட்டியெழுப்புவதில் பின்னடைவினால் புள்ளிகள் குறைவடையக் காரணமாக அமைந்தது. மேற்பரப்பின் பரப்பளவு உயர்வானதா தாழ்வானதா என உறுதி செய்யும்போது 'r' இன் வீச்சினை இனங்காணாமையினால் முதலாவது வகையீட்டு குணகம் மூலம் புள்ளிகளை அறிந்து கொள்தவனால் அது உறுதி செய்யப்படாமையினால் புள்ளிகள் குறைவடைவதற்குக் காரணமாக அமைந்தது.

இது திருப்திகரமான பிரசினமொன்றாக இருப்பினும் முழுப்புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது. கூடுதலான பயிற்சிகளை செய்வதன் மூலம் இவ்வகையான குறைபாடுகளை இல்லாது செய்ய முடியும்.

15 ஆம் வினா

15.(a) (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ ஐக் காண்க.

(ii) $\frac{d}{dx}(\sqrt{3+2x-x^2})$ ஐக் கண்டு, இதிலிருந்து, $\int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ ஐக் காண்க.

மேற்குறித்த தொகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி, $\int \frac{x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ ஐக் காண்க.

(b) $\frac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைத்து, இதிலிருந்து, $\int \frac{(2x-1)}{(x+1)(x^2+1)} dx$ ஐக் காண்க.

(c) (i) $n \neq -1$ எனக் கொள்வோம். பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int x^n (\ln x) dx$ ஐக் காண்க.

(ii) $\int_1^3 \frac{\ln x}{x} dx$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

(a) (i)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{4-(x-1)^2}} \quad (10)$$

$$= \sin^{-1} \left(\frac{x-1}{2} \right) + C_1, \text{ இங்கு } C_1 \text{ எதேச்சையான மாறிலியாகும்.} \quad (10)$$

20

(ii) $\frac{d(\sqrt{3+2x-x^2})}{dx} = \frac{1}{2}(3+2x-x^2)^{-1/2} \times (2-2x)$

$$= \frac{1-x}{\sqrt{3+2x-x^2}} \quad (10)$$

இதிலிருந்து,

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = -\sqrt{3+2x-x^2} + C_2, \text{ இங்கு } C_2 \text{ எதேச்சையான மாறிலியாகும்.} \quad (10)$$

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = \int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx + 2 \int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}} \quad (10)$$

$$= -\sqrt{3+2x-x^2} + 2 \sin^{-1} \left(\frac{x-1}{2} \right) + C_3, \text{ இங்கு } C_3 \text{ எதேச்சையான மாறிலியாகும்.}$$

5

5

40

$$(b) \frac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

10

$$2x - 1 = A(x^2 + 1) + (Bx + C)(x + 1)$$

$$\begin{array}{lcl} x^2: & 0 = A + B & \\ x^1: & 2 = B + C & \\ x^0: & -1 = A + C & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} A - C = -2 \\ A = -3/2 \\ C = 1/2 \\ B = 3/2 \end{array}$$

10

$$\frac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)} = \left(\frac{-3}{2}\right) \frac{1}{x+1} + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{3x+1}{x^2+1}$$

5

$$\int \frac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)} dx = \frac{-3}{2} \int \frac{1}{x+1} dx + \frac{1}{2} \int \frac{3x}{x^2+1} dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+1} dx$$

5

$$= \frac{-3}{2} \ln|x+1| + \frac{3}{4} \ln(x^2+1) + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + C_4,$$

15

இங்கு C_4 எதேச்சையான மாறிலியாகும்.

40

(c) (i) $n \neq -1$,

$$\int x^n (\ln x) dx = \int (\ln x) \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) dx$$

10

$$= \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) (\ln x) - \int \frac{x^{n+1}}{(n+1)} \cdot \frac{1}{x} dx$$

10

$$= \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) (\ln x) - \frac{1}{(n+1)} \int x^n dx$$

$$= \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) (\ln x) - \frac{1}{(n+1)^2} x^{n+1} + C_5$$

10

இங்கு C_5 எதேச்சையான மாறிலியாகும்.

30

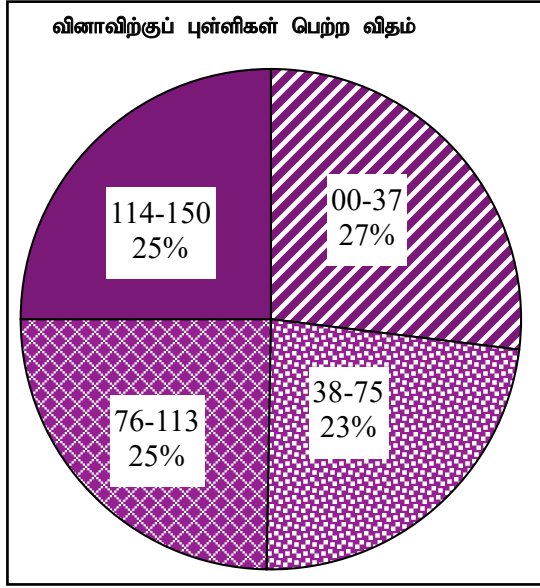
$$(ii) \int_1^3 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_1^3 = \frac{1}{2} (\ln 3)^2.$$

15

5

20

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 80% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 61% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

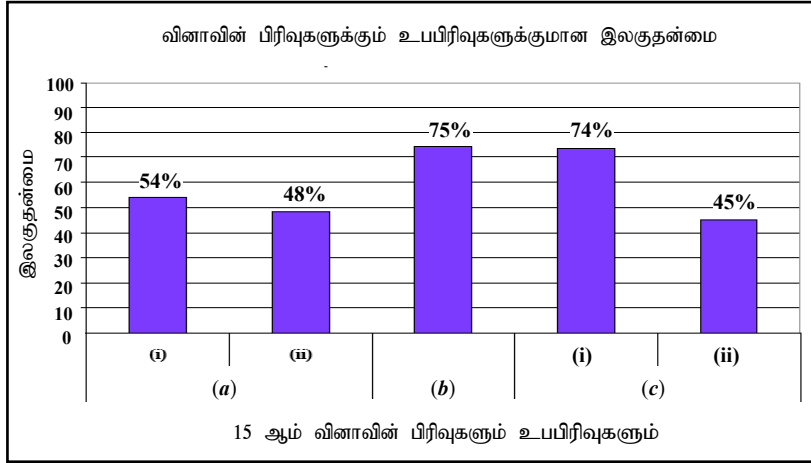
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 27% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 23% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 25% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 25% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 3 பகுதிகளும் 5 உபபகுதிகளும் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (b) பகுதியாவதுடன் அது 75% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (c) (ii) உபபகுதியாவதுடன் அது 45% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவிற்கு 80% மான பரீட்சார்த்திகள் விடையளித்திருந்தனர். அதன் இலகுதன்மை 61% ஆகும். இது (a), (b), (c) என்ற மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டு தொகையிடுதலை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாகும். இந்த வினாவின் எல்லா உபபிரிவுகளினதும் இலகுதன்மை 45% அல்லது அதிலும் கூடிய பெறுமானத்தைப் பெறும். பகுதி (a) யானது இரு உபபகுதிளைக் கொண்டதுடன் அவற்றின் இலகுதன்மை 54% மற்றும் 48% ஆகும். இந்தப் பகுதியின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பது (ii) ஆம் உபபகுதியாவதுடன் அதற்குக் காரணமாக அமைவது வகையிடலைச் சரியாகச் செய்து இருப்பினும் தொகையிடலில் அதற்காக பொருத்தமான முறையைப் பயன்படுத்துவது தொடர்பான அறிவு போதுமான மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

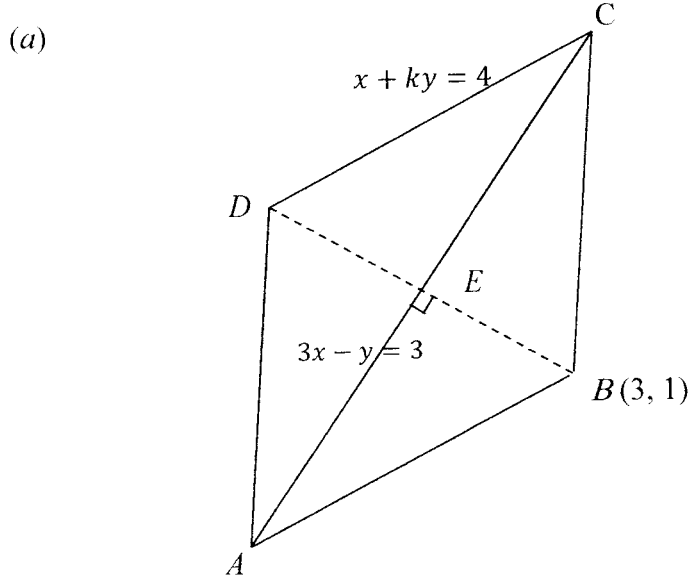
பகுதி (b) யிற்கு திருப்திகரமான விடை எழுதியிருந்ததுடன் பகுதி (c) யின் (i) ஆம் உபபகுதியின் இலகுதன்மை 74% ஆகும். (ii) ஆம் உபபகுதியின் இலகுதன்மை 45% ஆகும். அதற்குக் காரணமாவது (c) (i) இன் $n \neq -1$ என்பதைக் கருதாது (i) ஆம் உபபகுதியை (ii) ஆம் உபபகுதியில் பயன்படுத்தியமை ஆகும். தொகையிடலில் அடிப்படை அறிவு இருப்பினும், பிரசினத்தைத் தீர்க்கும்போது சுருக்குவதில் தவறைக் காண முடிந்தது. இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்வதற்காக தொகையீட்டின் கோட்பாடுகளை உள்ளடக்கப்பட்ட பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஊக்குவிக்க வேண்டும்.

16 ஆம் வினா

16.(a) ஒரு சாய்சதுரம் $ABCD$ இன் மூலவிட்டம் AC இன் சமன்பாடு $3x - y = 3$ உம் $B \equiv (3, 1)$ உம் ஆகும். அத்துடன் CD இன் சமன்பாடு $x + ky = 4$ ஆகும்; இங்கு k ஒரு மெய்யம் மாறிலி. k இன் பெறுமானத்தையும் BC இன் சமன்பாட்டையும் காண்க.

(b) முறையே $x^2 + y^2 = 4$, $(x-1)^2 + y^2 = 1$ என்னும் சமன்பாடுகளினால் தரப்படும் C_1, C_2 என்னும் வட்டங்களை அவற்றின் தொடுகைப் புள்ளியைத் தெளிவாகக் காட்டிப் பரும்படியாக வரைக.

ஒரு வட்டம் C_3 ஆனது C_1 ஐ உள்ளேயும் C_2 ஐ வெளியேயும் தொடுகின்றது. C_3 இன் மையம் வளையி $8x^2 + 9y^2 - 8x - 16 = 0$ மீது கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக.



BD இன் சமன்பாடு $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)$ ($\because BD \perp AC$)

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = t \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

$$\therefore x = 3 + 3t, y = 1 - t.$$

D எனும் புள்ளிக்குத் தொடர்பான பெறுமானம் t என்க.

எனின் $E \equiv \left(3 + \frac{3t}{2}, 1 - \frac{t}{2}\right)$ ஆனது AC யில் கிடக்கும்

$$\therefore 3\left(3 + \frac{3t}{2}\right) - \left(1 - \frac{t}{2}\right) = 3$$

$$\Rightarrow 8 + 5t = 3 \Rightarrow t = -1.$$

$$\therefore D \equiv (0, 2)$$

எனின் DC யில் கிடக்கும்

$$0 + k \times 2 = 4$$

$$k = 2.$$

10

10

10

10

10

50

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow 7x = 10 ; 7y = 9$$

$$C \equiv \left(\frac{10}{7}, \frac{9}{7} \right).$$

(10)

BC இன் சமன்பாடு

$$y - 1 = \frac{\frac{2}{7}}{-\frac{11}{7}} (x - 3)$$

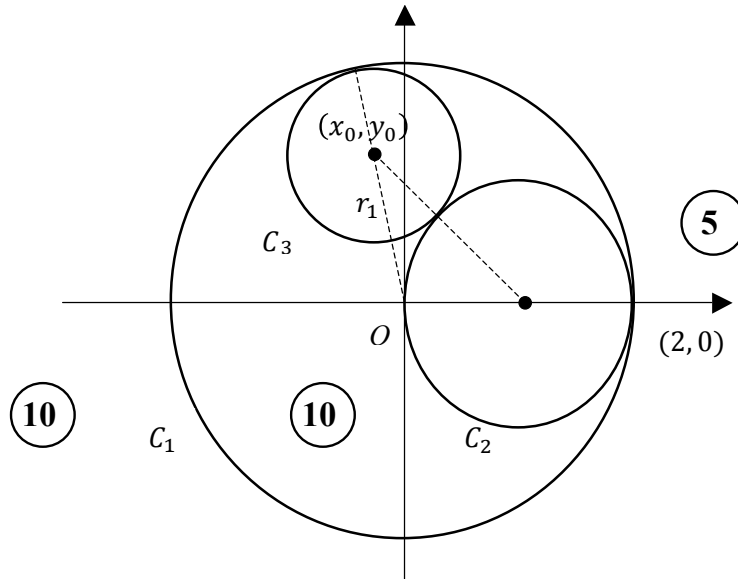
$$-11y + 11 = 2x - 6$$

(10)

$$2x + 11y = 17.$$

20

(b)



(5)

(10)

(10)

25

$$C_3 \text{ ஆனது } C_1 \text{ ஐ உட்புறமாகத் தொடும் எனின் } \Rightarrow 2 - r_1 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

(15)

$$C_3 \text{ ஆனது } C_2 \text{ ஐ வெளிப்புறமாகத் தொடும் எனின் } \Rightarrow 1 + r_1 = \sqrt{(x_0 - 1)^2 + y_0^2}$$

$$3 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} + \sqrt{(x_0 - 1)^2 + y_0^2}$$

(15)

$$(x_0 - 1)^2 + y_0^2 = 9 - 6\sqrt{x_0^2 + y_0^2} + x_0^2 + y_0^2$$

(5)

$$x_0^2 - 2x_0 + 1 + y_0^2 = 9 - 6\sqrt{x_0^2 + y_0^2} + x_0^2 + y_0^2$$

(10)

$$2x_0 + 8 = 6\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

(5)

$$\Rightarrow (x_0^2 + y_0^2) = x_0^2 + 8x_0 + 16$$

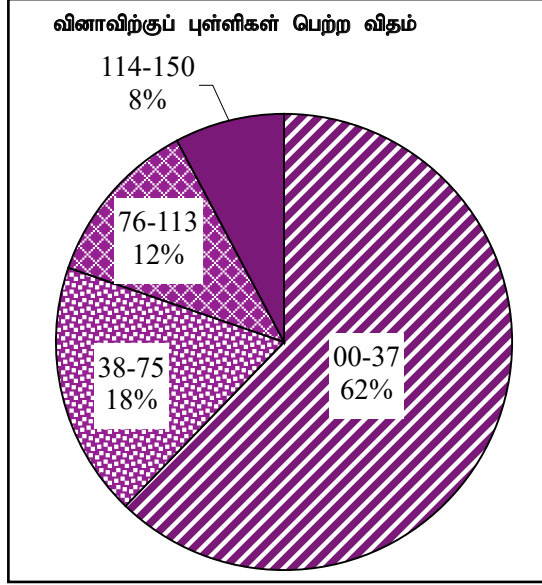
$$\Rightarrow 8x_0^2 + 9y_0^2 - 8x_0 - 16 = 0$$

இதிலிருந்து (x_0, y_0) , $8x^2 + 9y^2 - 8x - 16 = 0$ வளையி மீது கிடக்கிறது.

(5)

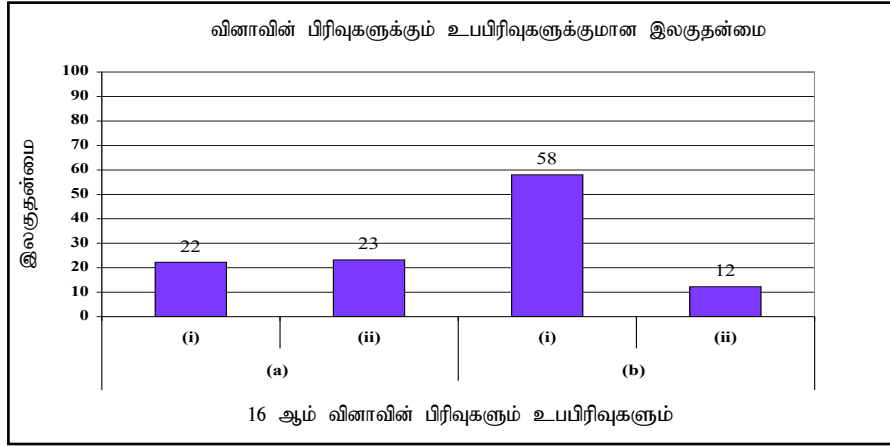
55

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 46% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 26% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 62% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 12% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 8% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 4 உபபகுதிகள் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (b) இன் (i) ஆம் பகுதியாவதுடன் அது 58% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (b) இன் (ii) ஆம் உபபகுதியாவதுடன் அது 12% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினா (a), (b) என்ற இருபகுதிகளைக் கொண்டதுடன் பகுதி (a) நேர்கோடு என்ற தலைப்பின் கீழேயும் பகுதி (b) யானது வட்டம் என்ற தலைப்பையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது. பரீட்சார்த்தினுள் 46% த்தினர் இவ்வினாவிற்கு விடையளித்திருந்தனர். பகுதி (a)(ii) இன் இலகுச்சுட்டி 23% என்ற உயர்வாக வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. இந்தப் பிரசினத்தைத் தீர்க்கும்போது பரமானம் என்றால் என்ன என்பது தொடர்பான எண்ணக்கருவை சரியாக பயன்படுத்தாமையினால் அவ்வகையாக இலகுவாகப் பெறக்கூடிய விடைக்கு அண்மிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. சாய்சதுரத்தில் கேத்திர கணித புள்ளியை பாவித்து இருப்பின் பிரசினத்தை இலகுவாக தீர்க்க முடியும்.

பகுதி (b) யின் இலகுச்சுட்டி 58% மற்றும் 12% ஆகும். அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் வரிப்படத்தை சரியாகக் கீறி இருப்பினும் இரு வட்டங்களும் உட்புறமாகவும் வெளிப்புறமாகவும் தொடுவதற்கான தேவைப்பாட்டை பயன்படுத்தி சமன்பாட்டை சரியாக எழுதியிராமையினாலும் சுருக்கலில் வழு காரணமாகவும் இலகுச்சுட்டி 12% வரை குறைவடைந்து இருந்தது. நேர்கோடுகள் மற்றும் அறிவை அதிகரிக்குமாறு கட்டமைக்கப்பட்ட பயிற்சிகளை மாணவர்களுக்கு தொடர்ந்து செய்வதனால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

17 ஆம் வினா

17.(a) $\tan(\alpha + \beta)$ இற்கான திரிகோணகணிதச் சர்வசமன்பாட்டை $\tan \alpha, \tan \beta$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.

இதிலிருந்து, $\tan 2\theta$ ஐ $\tan \theta$ இன் சார்பிற் பெற்று, $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ எனக் காட்டுக.

இறுதிச் சமன்பாட்டில் $\theta = \frac{5\pi}{12}$ எனப் பிரதியிட்டு, $\tan \frac{5\pi}{12}$ ஆனது $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$ இன் ஒரு தீர்வு என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.

$x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x + 1)(x^2 - 4x + 1)$ என மேலும் தரப்படும்போது $\tan \frac{5\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$ என உய்த்தறிக.

(b) $0 < A < \pi$ இற்கு $\tan^2 \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$ எனக் காட்டுக.

வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு முக்கோணி ABC இற்குக் கோசைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி

$(a + b + c)(b + c - a) \tan^2 \frac{A}{2} = (a + b - c)(a + c - b)$ எனக் காட்டுக.

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$ எனக் காட்டுக.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan \alpha \tan \beta}.$$

10

10

Let $\alpha \square \beta \square \theta$:

5

$$\tan 2\theta = \frac{\tan \theta + \tan \theta}{1 - \tan \theta \tan \theta}$$

$$\square \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}.$$

5

10

$$\tan 3\theta = \tan(\theta + 2\theta)$$

5

$$= \frac{\tan \theta + \tan 2\theta}{1 - \tan \theta \tan 2\theta}$$

5

$$= \frac{\tan \theta(1 - \tan^2 \theta) + 2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta - 2 \tan^2 \theta}$$

5

$$\square \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

5

20

$$\theta = \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{3 \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) - \tan^3\left(\frac{5\pi}{12}\right)}{1 - 3 \tan^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)} \quad (5)$$

$$\Rightarrow -3 \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \tan^3\left(\frac{5\pi}{12}\right) - 3 \tan^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + 1 = 0. \quad \left(\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 1.\right) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) \text{ } x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ இன் தீர்வாகும்.} \quad (5) \quad (5)$$

15

$$(x+1)(x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) \neq -1 \Rightarrow \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) \text{ என்பது } x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ இன் தீர்வாகும்.} \quad (5)$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} \quad (5)$$

$$\frac{5\pi}{12} > \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) > 1. \quad (5)$$

$$2 - \sqrt{3} < 1, \text{ ஆதலால் } \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}. \quad (5)$$

25

$$(b) \quad 0 < A < \pi. \quad (5)$$

$$\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A} = \frac{2 \sin^2\left(\frac{A}{2}\right)}{2 \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)} = \tan^2\left(\frac{A}{2}\right) \quad (5)$$

15

கோசைன் விதிப்படி

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A. \quad (5)$$

$$\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}$$

$$\text{இப்போது } \tan^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1 + \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}}{1 - \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}} \quad (10)$$

$$= \frac{2bc + a^2 - b^2 - c^2}{2bc - a^2 + b^2 + c^2} \quad (5)$$

$$= \frac{(a - b + c)(a + b - c)}{(b + c - a)(a + b + c)} \quad (5)$$

$$\Rightarrow (a + b + c)(b + c - a) \tan^2\left(\frac{A}{2}\right) = (a + b - c)(a + c - b). \quad (5)$$

30

(c) Let $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$, $\beta = \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$ எனக் கொள்வோம்.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (5)$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \sqrt{1 - \frac{25}{169}} + \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \cdot \frac{5}{13} \quad (5)$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13}$$

$$= \frac{56}{65}. \quad (5)$$

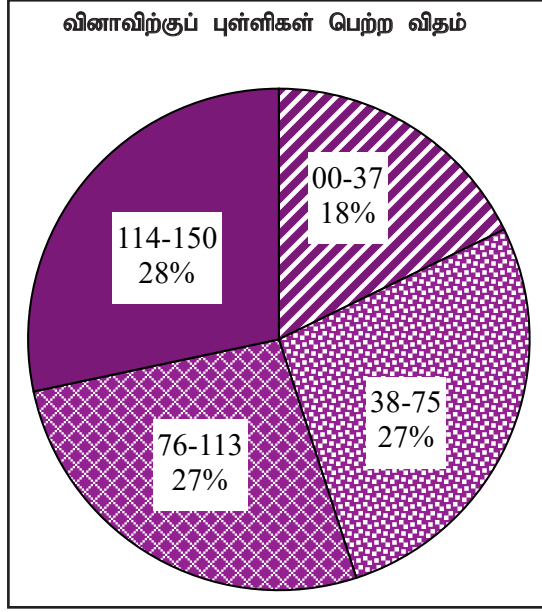
$$\frac{3}{5} < \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ எனவே, } 0 < \alpha < \frac{\pi}{3} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{இதேபோல் } \frac{5}{13} < \frac{1}{2}, \text{ எனவே, } 0 < \beta < \frac{\pi}{6} \text{ ஆகும்.}$$

$$\therefore 0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2} \quad \text{ஆதலால் } \alpha + \beta = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right) \text{ ஆகும்.} \quad (10)$$

25

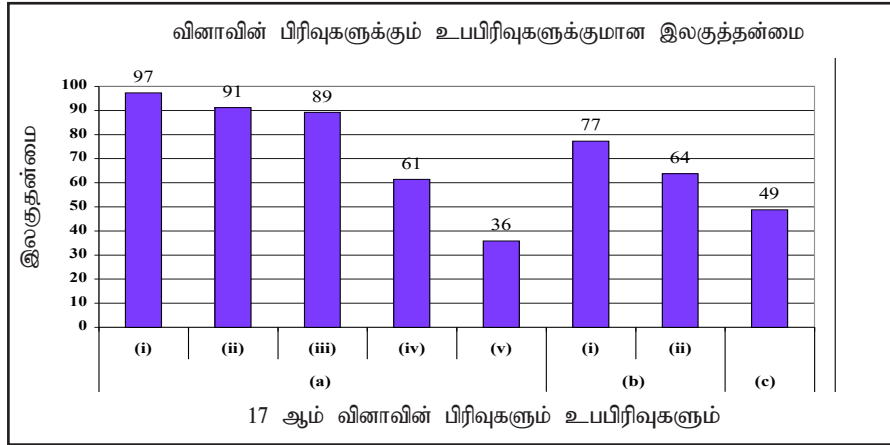
17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 75% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 67% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 18% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 27% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 27% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 28% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 8 உபபகுதிகள் உள்ளன. மிகக் கூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது (a) இன் (i) ஆம் பகுதியாவதுடன் அது 97% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை (a) இன் (v) ஆம் உபபகுதியாவதுடன் அது 36% ஆகும்.

[பக்கம் 7 இன் 4 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவைப் பரீட்சார்த்திகளுள் 75% இனர் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 67% ஆகும். இந்த வினாவின் (a), (b), (c) என்ற பிரதானமான மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டிருப்பதுடன் திரிகோண கணிதம் என்ற தலைப்பின் கீழ் தாயரிக்கப்பட்ட வினாவொன்றாகும். (a), (b), (c) என்ற பகுதிகளின் இலகுதன்மைகள் முறையே 73%, 68%, 49% ஆகும்.

பகுதி (a) யானது ஐந்து உபபகுதிகளைக் கொண்டிருப்பதுடன் அதிகூடிய இலகுதன்மையை உபபகுதி (i) யும் மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையை (v) ஆம் பகுதியும் கொண்டுள்ளன. (v) ஆம் உபபகுதிக்குரிய தீர்வை சரியாக தெரிவு செய்வதற்கு முடியாத காரணத்தினால் புள்ளிகளைப் பெறுவது திருப்தியான மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

பகுதி (b) யானது இரு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 60% இனை தாண்டியுள்ளது. சுருக்குவதன் தவறு காரணமாக முழுப்புள்ளிகளையும் பெற முடியாது போனது.

பகுதி (c) ன் நிகர்மாற்று திரிகோணகணித சார்பை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. நிகர்மாற்று திரிகோண கணித சார்புகளின் முக்கிய பெறுமானங்களின் வீச்சு தொடர்பான அறிவு இன்மையினால் இறுதி 10 புள்ளிகளைப் பெற முடியாது இருந்தது. திரிகோண கணித சமன்பாடுகள் உள்ளிட்ட பிரசினங்களை அதிகளவில் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை வழிப்படுத்துவதோடு, நிகர்மாற்று திரிகோண கணித சார்புகள் தொடர்பான அறிவை மிகச் சிறப்பாக உறுதி செய்யும் வகையில் உதாரணங்கள் மூலம் பிரசினத்தை தீர்ப்பதன் மூலம் இவ்வகையான பின்னடைவுகளை இல்லாது செய்ய முடியும்.

2.2 வினாப்பத்திரம் II உம் விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான தகவல்களும்

2.2.1 வினாப்பத்திரம் II இன் கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

★ இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - 10 வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

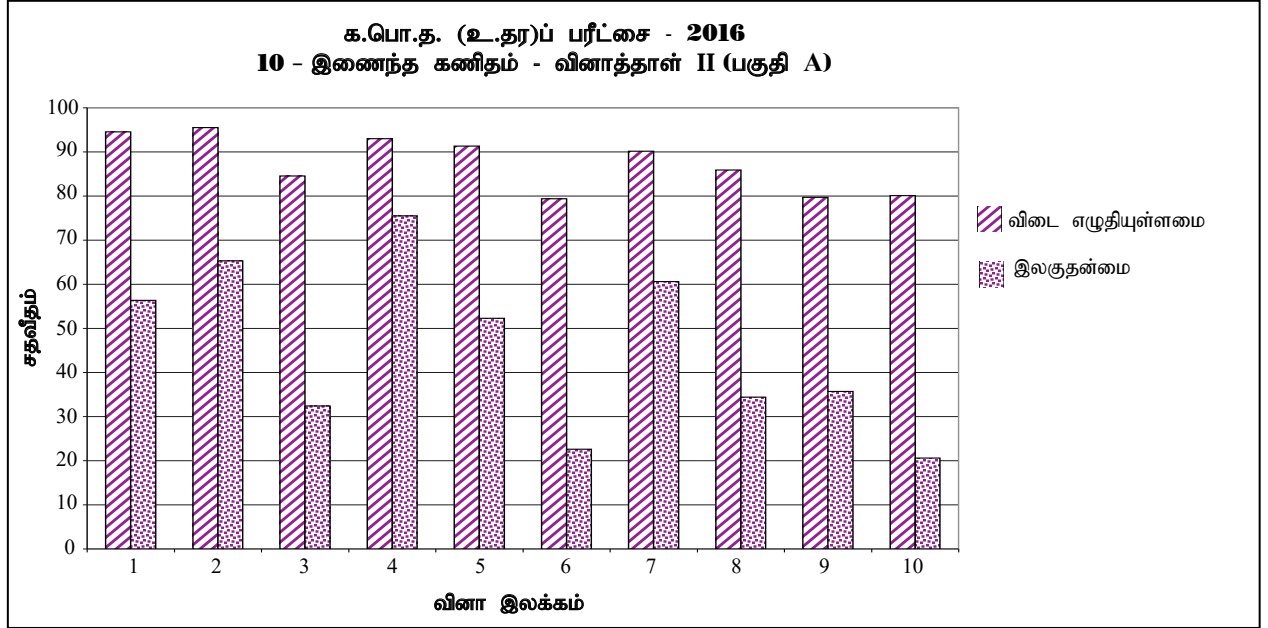
பகுதி B - ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.2.2 இணைந்த கணிதம் II ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

II ஆம் வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். இந்த பகுதியில் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அந்த வினாவின் இலகூதன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 13 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகூதன்மை.

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இல் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாவதோடு இவ்வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கும் குறையாத சதவீதத்தினர் விடை எழுதி இருந்தமை வினா இலக்கம் 1, 2, 4, 5 மற்றும் 7 இற்கு மட்டுமாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் விடையளித்திருந்தது 2 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகூதன்மை 96% ஆகும். வினா இலக்கம் 6 இற்கு விடையளித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 79%இற்கு குறைந்த சதவீதத்தினர் மட்டும் விடையளித்து இருந்தனர்.

இந்த பத்து வினாக்களினதும் இலகூதன்மையைக் கருதும்போது தெளிவாவது இலகூதன்மை 50% இனை தாண்டியிருப்பது 1, 2, 4, 5, 7 ஆகிய இரு வினாக்கள் மட்டுமே ஆகும். 6, 10 போன்ற வினாக்களின் இலகூதன்மை 30% இனை விடக் குறைந்ததாகும். அவை முறையே 23% மற்றும் 21% ஆகும்.

இலகூதன்மை அதிகமான வினா 04 ஆம் இலக்க வினா ஆவதோடு அதன் இலகூதன்மை 76% ஆகும். அதிகளவிலானோர் தெரிவு செய்துள்ள வினா 2 ஆவதுடன் அதன் இலகூதன்மை 65% ஆகும். அவ்வாறே மிகக் குறைவாக விடை எழுதப்பட்ட வினா 10 ஆவதோடு அதன் இலகூதன்மை 21% ஆகும். அவ்வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 80% ஆகும்.

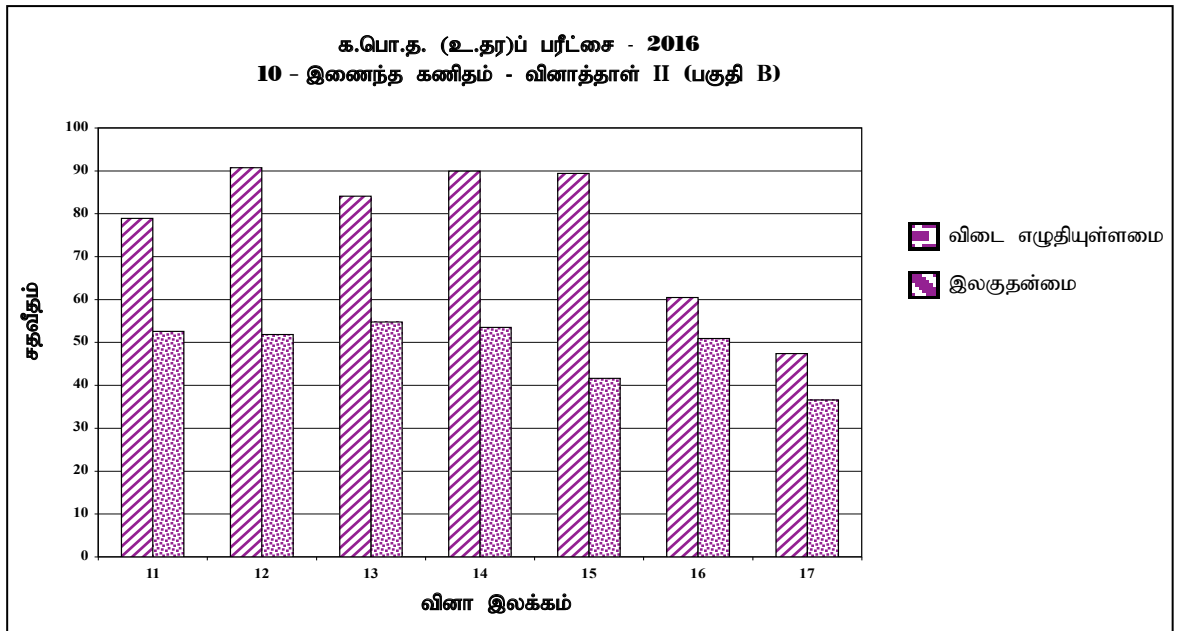
இந்த பத்து வினாக்களுக்காவும் பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கள் தன்மையை நன்றாக ஆராய்ந்து பார்ப்பதற்காக கீழேயுள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களை பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	17	22	39	12	17	35	17	40	24	41
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	41	58	22	69	37	14	50	15	22	7
விடை எழுதுவதற்கு முயற்சி செய்யாத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்		5	4	15	7	9	21	10	14	20	20
வினாவின் % இலகூதன்மை		56	65	32	75	52	23	61	34	36	21

அட்டவணை 6: இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாதவர்களும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற முயற்சி செய்யாத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய மொத்தப் புள்ளிகளில் அதிகளவை பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 69% இனர் காணப்படுவது 04 ஆவது வினாவாகும். மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் 10 ஆம் இலக்க வினாவிற்காக இருப்பதோடு அதன் சதவீதம் 7% ஆகும். 2, 4, 7 என்ற மூன்று வினாக்களுக்கும் அந்த சதவீதம் 50% ஐ விஞ்சுகிறது. புள்ளிகளைப் பெறாத சதவீதம் அதிகமாக இருப்பது 10 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 41% ஆகும். எந்தவொரு புள்ளியையும் பெறாதவர்களின் சதவீதம் மிகக் குறைவாக இருப்பது 4 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 12% ஆகும். 6 ஆம் வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்காத சதவீதம் அதிகமாக இருப்பதுடன் அது 21% ஆகும். 25 புள்ளிகளைப் பெற்ற சதவீதம் மிகக் குறைவாக இருப்பது 10 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 7% ஆகும். வினாவின் இலகுதன்மை அதிகமாக இருப்பது 4 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 75% ஆகும். வினாவின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பது 10 ஆவது வினாவாவதுடன் அது 21% ஆகும்.

இணைந்த கணித வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமக்கு விருப்பமானவாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதுடன் அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாத்தாளுக்குரிய 1000 புள்ளிகளில் 150 புள்ளிகள் படி உரித்தாகும். அந்த வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை மற்றும் அவற்றின் இலகுதன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 14 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுதன்மை.

இந்த வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகளவிலான அதாவது பரீட்சார்த்திகளுள் 91%இனர் தெரிவு செய்து இருந்தது 12ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 52%ஆகும். மிகக் குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டிருப்பது 17 ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் சதவீதம் 47% உம் இலகுதன்மை 37% உம் ஆகும்.

பகுதி A யில் மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையுடைய வினா 10 ஆவது வினாவாவதுடன் பகுதி B யில் மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையுடைய வினா 17 ஆவது வினா ஆவதுடன் அது தயாரிக்கப்பட்டிருப்பது “புள்ளிவிபரவியல்” என்ற பகுதியை அடிப்படையாகக் கொண்டது. இதனால் தெளிவாவது பரீட்சார்த்திகளினுள் புள்ளிவிபரவியல் தொடர்பான அறிவு மிகக் குறைந்த மட்டத்தில் காணப்படுவதாகும்.

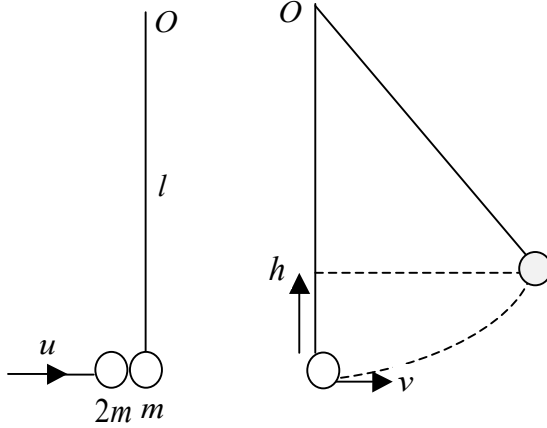
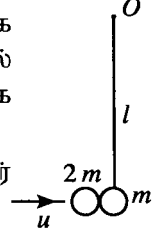
பகுதி A யின் மொத்த இலகுதன்மை 46% ஆவதுடன் B பகுதியின் மொத்த இலகுதன்மை 49% ஆகும். இவை அண்ணளவான சமமான பெறுமானத்தில் காணப்பட்டாலும் 50% இற்குக் குறைவானதாகும். அன்றாட வாழ்க்கையிலே பிரயோக ரீதியான சம்பவம் மற்றும் தொடர்பான பிரச்சினைகளை கலந்துரையாடுவதும் தொடர்ந்து பயிற்சி செய்வதனால் இலகுதன்மையை அதிகரித்துக் கெள்ள முடியும்.

2.2.3 II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்களும் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

(10) இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் II - பகுதி A

வினா இலக்கம் 1

1. ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி O இற கட்டப்பட்டுள்ள நீளம் l ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் மற்றைய நுனியில் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. திணிவு $2m$ ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை முதல் துணிக்கையுடன் வேகம் u உடன் கிடையாக மோதி இணைகின்றது. சேர்த்தித் துணிக்கை இயங்கத் தொடங்கும் வேகத்தைக் காண்க.
- $u = \sqrt{gl}$ எனின், சேர்த்தித் துணிக்கை அதன் தொடக்க மட்டத்திற்கு மேலே ஓர் உயர்ந்தபட்ச உயரம் $\frac{2l}{9}$ ஐ அடைகின்றதெனக் காட்டுக.



கூட்டுத்துணிக்கை இயங்க ஆரம்பிக்கும் வேகம் v என்க

தொகுதிக்கு $I \propto \Delta(Mv)$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$\rightarrow 0 \propto 3mv - 2m \times u \quad (5)$$

$$\Rightarrow v \propto \frac{2u}{3}. \quad (5)$$

சக்திக்காப்புத் தத்துவத்தின் மூலம், $(3mg)h \propto \frac{1}{2}(3m)v^2$ இங்கு h தேவையான உயரமாகும்.

$$\therefore h \propto \frac{v^2}{2g} \propto \frac{4u^2}{9(2g)} \propto \frac{4gl}{18g} \propto \frac{2l}{9}. \quad (5) \quad (10)$$

25

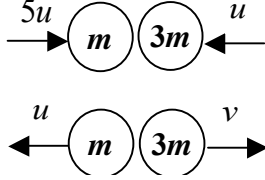
1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடையளிக்க முயற்சித்தவர்கள் 95% இனர் மட்டுமே. இரு துணிக்கைகளின் இயக்கம் தொடர்பாக உந்த மாற்று வீதம் மற்றும் சக்தியின் காப்பு தத்துவத்தை சரியாக இடுவது இதன் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 56% ஆகும். இந்த உந்த மாற்றுவீத கோட்பாட்டை இடுவதன் மூலம் தீர்க்க முடியும். சக்தி காப்பு தத்துவத்தை இடும்போது விரிவு 3m இற்காக m இனை இட்டமையினால் முழுமையான புள்ளியைப் பெற முடியாது இருந்தது. மேலும் ஆர்முடுகல் அசைவிற்காக இயக்க சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு முயற்சித்து இருந்தனர்.

உந்தகாப்பு விதி மற்றும் சக்தியின் காப்பு தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி எளிய பிரசினங்களை தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை பயிற்றுவிப்பதனால் இத்தகைய பின்னடைவை இல்லாது செய்யலாம்.

வினா இலக்கம் 2

2. உருவிற காணப்படுகின்றவாறு திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உம் திணிவு $3m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q உம் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஒரே நேர்கோட்டின் வழியே முறையே $5u$, u என்னும் கதிகளுடன் ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்குகின்றன. மொத்தலிற்குப் பின்னர் P உம் Q உம் ஒன்றிலிருந்தொன்று அப்பால் முறையே u , v ஆகிய கதிகளுடன் இயங்குகின்றன. v ஐ u இன் சார்பிற் கண்டு, P இற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.



தொகுதிக்கு $I \square \Delta(Mv)$ ஐப் பிரயோகித்தல்.

$$\begin{aligned} \rightarrow 0 & \square (3mv - mu) - (5mu - 3mu) & (5) \\ \Rightarrow 3mv & \square 3mu & (5) \\ \Rightarrow v & \square u. \text{-----}(1) \end{aligned}$$

நியூட்டனின் மீள்தன்மை விதிப்படி:

$$\begin{aligned} v + u & = e(5u + u) & (10) \\ (1) \Rightarrow 2u & \square 6eu \\ \therefore e & \square \frac{1}{3}. & (5) \end{aligned}$$

25

2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் 96%இனர் விடையளித்துள்ளனர். மீள்தன்மை பொருட்கள் இரண்டிற்கிடையேயான பிரசினத்தை விபரிப்பதற்குத் தேவையான சமன்பாட்டை சரியாக இடுதல் இதன் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 65% ஆகும்.

மீள்தன்மை பிரசினத்திற்காக உந்த மாற்று வீதம் அல்லது உந்தகாப்பு விதி அல்லது நியூட்டனின் விதியை சரியாக இடுவதனால் சரியான திசை தொடர்பான தெளிவு குறைவானதால் பிரசினத்திற்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாதிருந்தது. இதற்காக மாணவர்களுக்கு பயிற்சிகளைத் தொடர்ச்சியாக செய்வதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

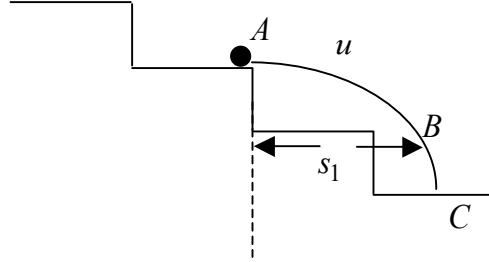
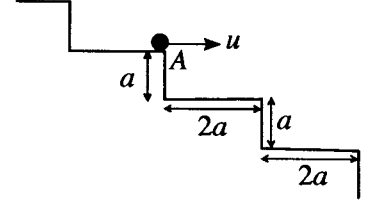
வினா இலக்கம் 3

3. ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஒரு நிலைத்த படிக்கட்டின் ஒரு படியின் ஓரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி A இலிருந்து அவ்வோரத்திற்குச் செங்குத்தாக

$$u = \frac{3}{2} \sqrt{ga} \text{ இனால் தரப்படும் ஒரு வேகம் } u \text{ உடன் கிடையாக எறியப்பட்டு,}$$

புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்குகின்றது. ஒவ்வொரு படியினதும் உயரம் a உம் நீளம் $2a$ உம் ஆகும் (உருவைப் பார்க்க). துணிக்கை P

ஆனது A இற்குக் கீழே முதற் படியிற் படுவதில்லை எனவும் A இற்குக் கீழே இரண்டாம் படியில் A இலிருந்து ஒரு கிடைத் தூரம் $3a$ இற் படும் எனவும் காட்டுக.



P இன் இயக்கத்திற்கு $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ஐப் பிரயோகிக்க.

A இலிருந்து B இற்கு $a = \frac{1}{2}gt_1^2$, இங்கு t_1 ஆனது A இற்குக் கீழே முதலாம் படியின் மட்டத்தை அடைய எடுத்த நேரமாகும்.

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2a}{g}}.$$

t_1 நேரத்தில் கிடையாக இயங்கிய தூரம் s_1 என்க.

$$\rightarrow A \text{ இலிருந்து } B \text{ இற்கு } : s_1 = u \times t_1 = \frac{3}{2} \sqrt{ga} \times \sqrt{\frac{2a}{g}} = \frac{3}{\sqrt{2}} a = 2a.$$

எனவே A இற்கு கீழே முதலாம் படியை P மோதாது.

A இலிருந்து C இற்குச் செல்ல எடுத்த நேரம் $t_2 = \sqrt{\frac{2(2a)}{g}}$ ஆகும்.

A இற்கு கீழே முதலாம் படியை P மோதாது.

$$\rightarrow s = ut_2 = \frac{3}{2} \sqrt{ga} \cdot 2 \sqrt{\frac{a}{g}} = 3a.$$

25

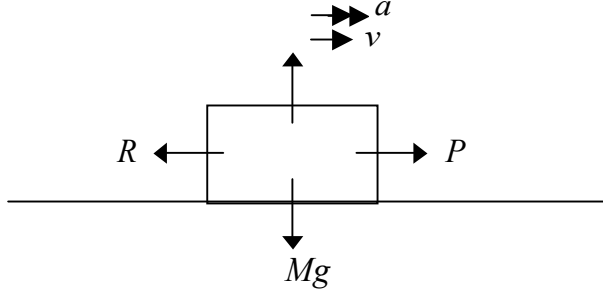
3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 85% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். புவியீர்ப்பு மையத்தின் கீழ் துணிக்கையின் இயக்கம் தொடர்பான கோட்பாடுகளை இங்கு எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 32% ஆகும். பிரசினத்தை தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் முழுப்புள்ளியையும் பெற முடியாது இருந்தது. எனிய பிரசினங்களில் ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் அந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்யலாம்.

வினா இலக்கம் 4

4. மாறாப் பருமன் $R \text{ N}$ உள்ள ஒரு தடைக்கு எதிரே ஒரு நேர்ச் சமதள வீதி வழியே திணிவு $M \text{ kg}$ ஐ உடைய ஒரு கார் இயங்குகின்றது. கார் கதி $v \text{ m s}^{-1}$ உடன் செல்லும் ஒரு கணத்தில் அதன் ஆர்முடுகல் $a \text{ m s}^{-2}$ ஆகும். இக்கணத்தில் அதன் எஞ்சினின் வலு $(R + Ma)v \text{ W}$ எனக் காட்டுக.

பின்னர் கார் அதே மாறாப் பருமன் $R \text{ N}$ ஐக் கொண்ட ஒரு தடைக்கு எதிரே அதே வலுவில் தொழிற்பட்டுக் கிடையுடன் ஒரு கோணம் α இற் சாய்ந்த ஒரு நேர் வீதியில் மேல்நோக்கி ஒரு மாறாக் கதி $v_1 \text{ m s}^{-1}$ உடன் இயங்குகின்றது. $v_1 = \frac{(R + Ma)v}{R + Mg \sin \alpha}$ எனக் காட்டுக.



உந்து விசை $P \text{ N}$ என்க.

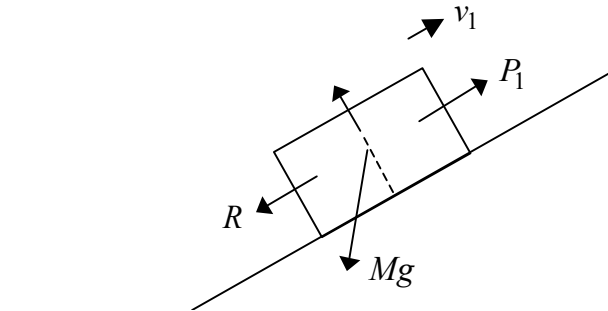
$$F \square ma \rightarrow \text{யாக பிரயோகிக்க}$$

$$P - R \square Ma \text{ ----- (1) } \quad \textcircled{5}$$

எஞ்சினின் வலு $H \text{ W}$ என்க.

$$\text{எனவே, } H \square P \times v \quad \textcircled{5}$$

$$= (R + Ma)v \quad ((1) \text{ இன்படி}) \quad \textcircled{5}$$



$$F \square ma : \quad \alpha$$

$$P_1 - R - Mg \sin \alpha \square 0 \text{ ----- (2) } \quad \textcircled{5}$$

$$\text{மேலும் } H \square P_1 \times v_1$$

$$\therefore v_1 = \frac{H}{P_1} = \frac{(R + Ma)v}{(R + Mg \sin \alpha)} \quad ((2) \text{ இன்படி}) \quad \textcircled{5}$$

25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 93% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். $P = FV$ என்ற நியம சமன்பாட்டை இருவது தொடர்பாக சோதித்து இங்கு எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 75% ஆகும்.

அலகுகளுக்கிடையிலான தொடர்பை சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் தரப்பட்ட விடையை அண்மிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. இவ்வகையான எளிய பிரச்சினைகளை தீர்க்கும்போது அலகுப் பரிமாற்றம் மற்றும் சக்தியை குறிப்பது தொடர்பாக விசேட கவனத்தைச் செலுத்தி பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 5

5. வழக்கமான குறிப்பீட்டுடன் $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{i} + (1 - \alpha)\mathbf{j}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $\alpha \in \mathbb{R}$.

(i) $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$ ஆகியவற்றையும்

(ii) α இன் சார்பில் $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$, $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$ ஆகியவற்றையும்

காண்க.

\mathbf{a} இற்கும் \mathbf{c} இற்குமிடையே உள்ள கோணம் \mathbf{b} இற்கும் \mathbf{c} இற்குமிடையே உள்ள கோணத்திற்குச் சமமெனின், $\alpha = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

(i) காவிகளின் பருமன்கள்

$$\left. \begin{aligned} |\underline{a}| &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \\ |\underline{b}| &= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \end{aligned} \right\} \text{இரண்டிற்கும் } \boxed{5}$$

(ii) $\underline{a} \cdot \underline{c} = 3\alpha + 4(1 - \alpha) = 4 - \alpha \quad \boxed{5}$

$\underline{b} \cdot \underline{c} = 4\alpha + 3(1 - \alpha) = 3 + \alpha \quad \boxed{5}$

\underline{a} , \underline{c} க்கிடையிலான கோணம் θ என்க.

$$\underline{a} \cdot \underline{c} \leq |\underline{a}| |\underline{c}| \cos \theta$$

$$\underline{b} \cdot \underline{c} \leq |\underline{b}| |\underline{c}| \cos \theta.$$

$$|\underline{a}| \leq |\underline{b}|, \text{ என்பதனால் } \underline{a} \cdot \underline{c} \leq \underline{b} \cdot \underline{c}.$$

$$\therefore 4 - \alpha = 3 + \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha \leq \frac{1}{2}.$$

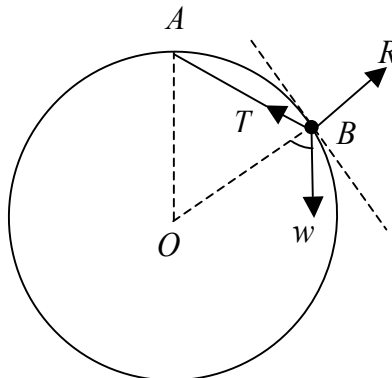
$\boxed{5}$

25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 91% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். காவிகள் இரண்டிற்கிடையான குற்றுப் பெருக்கம் தொடர்பான அறிவைப் பரிசோதித்தில் இதன் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 52% ஆகும். \mathbf{i} மற்றும் \mathbf{j} அலகுக் காவிகளைக் கொண்டு காவிகள் இரண்டின் குற்றுப் பெருக்கத்தை எழுதுவதில் சரியாக ஈடுபடாமையினால் அதிக பரீட்சார்த்திகள் இறுதி விடையை அண்மித்து இருக்கவில்லை. குற்றுப்பெருக்கம் தொடர்பாக பல்வேறு பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

6. நீளம் $2l$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஆரை a ($> \sqrt{2}l$) ஐ உடைய ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான விறைத்த வட்டக் கம்பியின் மிகவும் உயர்ந்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கம்பி வழியே சுயாதீனமாக இயங்கத்தக்க நிறை w ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான பவளம் இழையின் மற்றைய நுனியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற்காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, இழை இறுக்கமாக இருக்க, பவளம் நாப்பத்தில் இருக்கின்றது. பவளத்தின் மீது தாக்கும் விசைகளைக் குறித்து, இழையின் இழுவை $\frac{2wl}{a}$ எனக் காட்டுக.



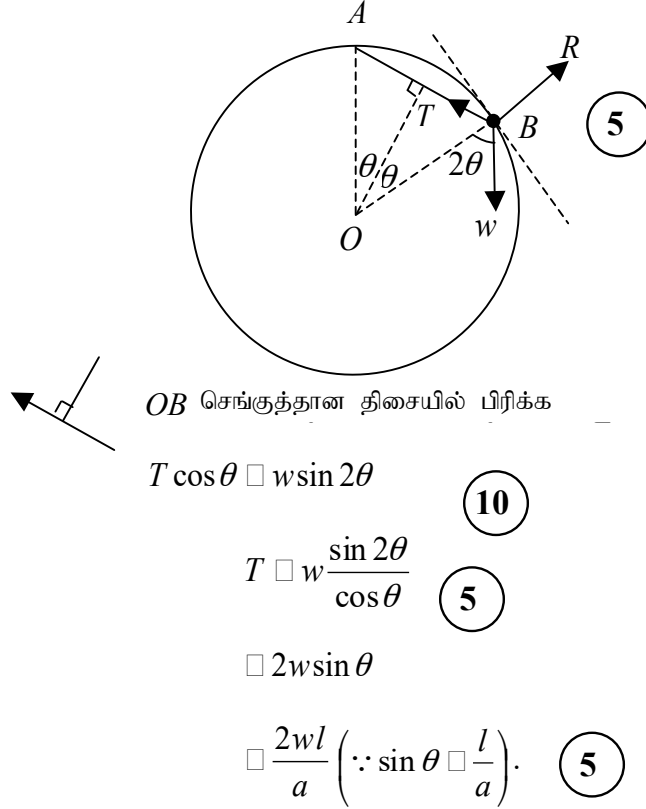
$$\frac{T}{AB} \square \frac{w}{OA} \Rightarrow T \square \frac{2wl}{a} \textcircled{5}$$

25

$$\frac{T}{\sin(\pi - 2\theta)} = \frac{w}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}. \quad (10)$$

$$\therefore T \leq w \frac{\sin 2\theta}{\cos \theta} \leq 2w \sin \theta \leq \frac{2wl}{a} \left(\because \sin \theta \leq \frac{l}{a} \right). \quad (5)$$

25



6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 79% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். துணிக்கையின் மீது செயற்படும் ஒரு தள விசைகள் மூன்று சமநிலையின் கீழ் இருக்கும் அறிவைப் பரிசீலிப்பதற்காக இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 23% ஆகும். விசைகளைக் குறிப்பது தொடர்பான பின்னடைவு காணப்படல் மற்றும் விசை முக்கோணியைப் பயன்படுத்துவதற்கு முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகள் விசை முக்கோணியில் ஒரு தடவையில் அறிந்துகொள்ளாத காரணத்தினால் முழுப்புள்ளியையும் பெற முடியாதிருந்தது. அநேக பரீட்சார்த்திகள் எளிய முறைகளைக் கடைபிடிக்காமையினால் சக்தி பிரிப்பு முறையைப் பயன்படுத்துவதனால் பிரசினம் சிக்கலான நிலைக்கு மாறியுள்ளது. சரியாக சக்தி வரைபடத்தை கீறுதல் மற்றும் அவற்றிற்கு சமனான எளிய முறை (விசை முக்கோணி, இலாமியின் விதி) மூலம் பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்குப் பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 7

7. A, B என்பன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இன் இரு நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $P(A)=p, P(B) = \frac{p}{2}, P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{2p}{3}$; இங்கு $p > 0$ ஆகும். $P(A \cap B)$ ஐ p இன் சார்பிற் காண்க.

A, B ஆகியன சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனின், $p = \frac{5}{6}$ என உய்த்தறிக.

$$A, B \text{ ஆகிய இரு நிகழ்ச்சிகளுக்கு } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (5)$$

$$\text{இதன்படி } \Rightarrow P(A \cup B) \square \frac{3p}{2} - P(A \cap B). \text{-----} (1) \quad (5)$$

$$\text{இதன்படி } P(A \cup B) - P(A \cap B) \square \frac{2p}{3}. \text{-----} (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{3p}{2} - 2P(A \cap B) \square \frac{2p}{3}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \square \frac{5p}{12}. \quad (5)$$

$$A \text{ உம் } B \text{ உம் சாரா நிகழ்ச்சிகளாதலால் } P(A \cap B) \square P(A) P(B). \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{5p}{12} \square p \cdot \frac{p}{2}$$

$$\Rightarrow p \square \frac{5}{6}. \quad (\because p \square 0) \quad (5)$$

25

$$\Rightarrow \frac{5p}{12} \square p \cdot \frac{p}{2}$$

$$\Rightarrow p \square \frac{5}{6}. \quad (\because p \square 0) \quad (5)$$

25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 90% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். எளிய நிகழ்தகவுகளைப் பயன்படுத்தி அடிப்படை உள்ளடக்கங்கள் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 61% ஆகும். இரு சம்பவங்களின் சாராமை தொடர்பான தெரிவு இன்மையினால் இந்த பிரசினத்திற்கான முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது.

நிகழ்தகவு தொடர்பான அடிப்படைத் தேற்றத்தை சரியாகப் பயன்படுத்தி எளிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 8

8. ஒரு பையில் நிறம் தவிரச் சர்வசமனான 6 வெள்ளைப் பந்துகளும் n கறுப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. ஒன்றுக்குப் பின்னர் மற்றையது என்றவாறு, பிரதிவெப்பு இல்லாமல், இரு பந்துகள் எழுமாற்றாகப் பையிலிருந்து வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன. முதற் பந்து வெள்ளையாகவும் இரண்டாம் பந்து கறுப்பாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{15}$ ஆகும். n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\text{முதலாம் பந்து வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} = \frac{6}{n+6}.$$

$$\text{முதலாம் பந்து வெள்ளையாகவும் இரண்டாம் பந்து கறுப்பாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} = \frac{6}{(n+6)} \cdot \frac{n}{(n+5)} \quad (10)$$

$$\therefore \frac{6}{(n+6)} \cdot \frac{n}{(n+5)} = \frac{4}{15} \quad (5)$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 23n + 60 = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow (n-4)(2n-15) = 0$$

$$\Rightarrow n = 4. (\because n \text{ நேர் நிறைவேண்})$$

5

25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 86% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். இதுவும் நிகழ்தகவு தொடர்பான எளிய பிரசினமானதுடன் அதன் இலகுதன்மை 34% ஆகும். இப்பரீட்சார்த்திகளுக்கு முதலாவது பந்து வெள்ளை இரண்டாவது பந்து கறுப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண முடியாது இருந்ததுடன் அதனைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளுக்கும் சமன்பாட்டை சுருக்கி தீர்வை பெறுவதற்கு முடியாது இருந்தது. எளிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 9

9. 11 இலும் பார்க்கக் குறைந்த மூன்று வேறுவேறான நிறையெண்களின் இடை 7 ஆகும். மேலும் இரு நிறையெண்கள் எடுக்கப்படும்போது எல்லா ஐந்து நிறையெண்களினதும் இடை 5 ஆகும். அத்துடன் இவ்வைந்து நிறையெண்களின் ஒரே ஆகாரம் 3 ஆகும். ஐந்து நிறையெண்களையும் காண்க.

x, y, z என்பன 11 இலும் குறைந்த இடை 7 ஐக் கொண்ட நிறையெண்கள் என்க.

$$\text{எனவே } \frac{x+y+z}{3} = 7. \quad (5)$$

$$\Rightarrow x+y+z = 21 \text{-----}(1)$$

x, y, z என்பன வேறுவேறானவையும் 3 மட்டுமே ஒரே ஒரு ஆகாரமாதலாலும் குறைந்தது இரண்டு நிறையெண்களில் ஒன்று 3 ஆக மேலதிகமாக எடுக்க வேண்டும். மற்றையது t என்க.

$$\text{ஐந்து நிறையெண்களின் இடை 5 ஆதலால், } \frac{x+y+z+t+3}{5} = 5 \quad (5)$$

$$\Rightarrow 21+3+t = 25 \quad (5)$$

$$\Rightarrow t = 1.$$

எனவே நிறையெண்களாவன $x, y, z, 3, 1$. 3 மட்டுமே ஒரு ஆகாரமாதலாலும் x, y, z வேறுவேறானவையாயும் இருப்பதால் இவற்றுள் ஒன்று சரியாக 3 ஆக இருத்தல் வேண்டும். $z = 3$ என்க.

$$\text{ஆகவே } (1) \Rightarrow x+y = 18. \text{-----} (2) \quad (5)$$

x, y ஆகிய நிறையெண்கள் 11 இலும் குறைவாதலால், (2) இன் மூலம் பெறப்படுவது ($x = 8, y = 10$) அல்லது ($x = 10, y = 8$) எனவே அவ்வெண்களாவன 1, 3, 3, 8, 10 என்பனவாகும்.

(5)

25

9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 80% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளுக்கான இடை மற்றும் ஆகாரம் போன்ற அளவீடுகள் இங்கு எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 36% ஆகும்.

தரப்பட்ட தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஐந்து எண்களினதும் இடையை எழுத முடியாமையாலும் எண்களை அறிய சரியான தீர்வுகளை உருவாக்காமையினால் இந்தப் பிரச்சினத்திற்கு புள்ளிகளைப் பெற முடியாது இருந்தது.

இடை, இடையம், ஆகாரம் என்ற மைய நாட்ட அளவைகள் தொடர்பான பிரச்சினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதனால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்யலாம்.

வினா இலக்கம் 10

10. 1, 2, 3, 4, 5 என இலக்கமிடப்பட்ட ஐந்து சம ஆரைச்சிறைகளைக் கொண்ட ஒரு சுழலும் வட்ட இலக்குப் பலகையில் ஓர் அம்பு எய்யப்படுகின்றது. ஒவ்வோர் ஆரைச்சிறையிலும் அம்பு படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை பின்வரும் மீடறன் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு p, q ஆகியன மாறிலிகள்.

எண்	1	2	3	4	5
மீடறன்	1	p	q	5	2

மேற்குறித்த தரவுகளின் இடையும் மாற்றற்றனும் முறையே $3, \frac{6}{5}$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின், p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\text{இடை} \quad \square \square 3 \Rightarrow \frac{1+2p+3q+20+10}{p+q+8} = 3 \quad (5)$$

$$\Rightarrow 2p \square 3q \square 31 \quad = 3p + 3q + 24$$

$$\Rightarrow p \square 7. \quad (5)$$

$$\sigma^2 \square \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \square^2 \quad (5)$$

$$\text{மாற்றற்றன்} \quad \square \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{1 \cdot 1^2 + 7 \cdot 2^2 + q \cdot 3^2 + 5 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2}{q+15} - 3^2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow 51(q+15) = 5(1+28+9q+80+50)$$

$$\Rightarrow q \square 5. \quad (5)$$

25

மாற்று முறை

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i [x_i - \bar{x}]^2}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (5)$$

மாற்றற்றின் $\Rightarrow \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{1(1-3)^2 + 7(2-3)^2 + q(3-3)^2 + 5(4-3)^2 + 2(5-3)^2}{1+7+q+5+2}$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{4+7+5+8}{15+q}$$

$\Rightarrow q = 5.$

15

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருந்தபோதிலும் பரீட்சார்த்திகளில் 80% இனர் மட்டுமே விடையளித்துள்ளனர். தரப்பட்ட கூட்டமாக்கப்படாத எண் பரம்பலினை அறியாது எண்கள் கணிப்பது இங்கு எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 21% ஆகும். எண் பரம்பல் தொடர்பான சகல அவதானிப்புகளுக்குமாக கூற்றுகளை எழுதிக் காட்டுவதற்கு முடியாமையினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது. “மாற்றற்றின்” தொடர்பான வரைவிலக்கணத்தைச் சரியாக பயன்படுத்தி இருக்கவில்லை. தரப்பட்ட எண் பரம்பலிலே

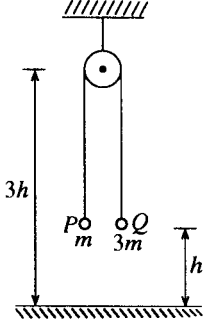
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i [x_i - \bar{x}]^2}{\sum_{i=1}^n f_i} \text{ அல்லது } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \mu^2 \text{ என்ற சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்துமாறு பல்வேறு பிரசினங்களை}$$

தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

(10) இணைந்த கணிதம் பத்திரம் II - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

11. (a) ஒரு மீள்தன்மையில்லாக் கிடை நிலத்திற்கு மேலே ஓர் உயரம் $3h$ இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது திணிவு $3m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q உடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் இரு துணிக்கைகளும் நிலத்திற்கு மேலே ஓர் உயரம் h இல் இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தாங்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன (அருகே உள்ள உருவைப் பார்க்க). P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்கு நியூற்றனின் இரண்டாம் விதியைத் தனித்தனியாகப் பிரயோகித்து, ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகலின் பருமன் $\frac{g}{2}$ எனக் காட்டுக.

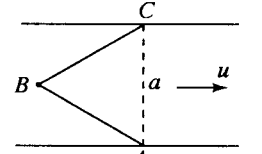


நேரம் t_0 இற்குப் பின்னர் துணிக்கை Q ஆனது நிலத்துடன் மோதி, கணநிலை ஓய்வுக்கு வந்து, மேலும் நேரம் t_1 இற்கு ஓய்வில் இருந்து, மேல்நோக்கி இயங்கத் தொடங்குகின்றது. துணிக்கை Q மேல்நோக்கி இயங்கத் தொடங்கும் வரைக்கும் P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகளினதும் இயக்கங்களுக்குரிய வேக-நேர வரைபுகளைப் பரும்படியாகத் தனித்தனியாக வரைக.

இவ்வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி $t_0 = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$ எனக் காட்டி, t_1 ஐ g, h ஆகியவற்றின் சார்பிற் காண்க.

துணிக்கை P ஆனது நிலத்திற்கு மேலே ஓர் உயர்ந்தபட்ச உயரம் $\frac{5h}{2}$ ஐ அடையுமென மேலும் காட்டுக.

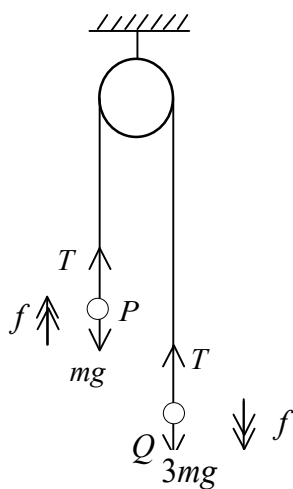
- (b) அகலம் a ஐ உடைய ஒரு நேர் ஆறு சீரான கதி u உடன் பாப்கின்றது. ஆறு பாபும் திசைக்குக் கோடு AC செங்குத்தாக இருக்கத்தக்கதாக A, C ஆகிய புள்ளிகள் ஆற்றின் எதிர்க் கரைகளில் உள்ளன. மேலும், ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணியாக இருக்குமாறு ஒரு நிலையான மிதவை B ஆனது AC இன் ஆற்றோட்டத்தின் எதிர்த் திசைப் பக்கத்தில் ஆற்றின் நடுவில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது (அருகே உள்ள உருவைப் பார்க்க). நீர் தொடர்பாகக் கதி $v (> u)$ உடன் இயங்கும் படகு ஒன்று A இலிருந்து புறப்பட்டு B ஐ அடையும் வரைக்கும் இயங்குகின்றது. பின்னர் அது B இலிருந்து C வரைக்கும் இயங்குகின்றது. A இலிருந்து B வரைக்கும் B இலிருந்து C வரைக்கும் படகின் இயக்கங்களுக்கான வேக முக்கோணிகளைப் பரும்படியாக வரைக.



A இலிருந்து B வரைக்குமான இயக்கத்தில் படகின் கதி $\frac{1}{2}(\sqrt{4v^2 - u^2} - \sqrt{3}u)$ எனக் காட்டி, B இலிருந்து C வரைக்குமான இயக்கத்தில் அதன் கதியைக் காண்க.

இதிலிருந்து, AB, BC ஆகிய பாதைகளுக்குப் படகு எடுக்கும் மொத்த நேரம் $\frac{a\sqrt{4v^2 - u^2}}{2u}$ எனக் காட்டுக.

(a)



$F \square ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$Q(3m)$ இற்கு $\downarrow 3mg - T \square 3mf$

(5)

$P(m)$ இற்கு $\uparrow T - mg \square mf$

(5)

$2mg \square 4mf$

$\Rightarrow f \square \frac{g}{2}$

(5)

$$\therefore t_1 \leq 2\sqrt{\frac{h}{g}}$$

5

10

P அடைந்த அதியுயர் உயரம் $\leq \frac{1}{2} \cdot v \cdot \frac{t}{2} \leq \frac{1}{2}h$

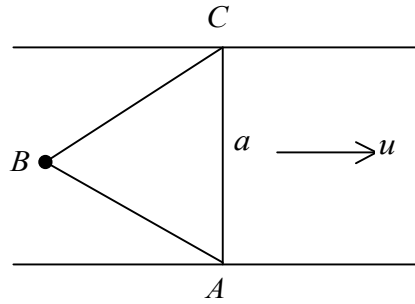
5

நில மட்டத்திற்கு மேல்
மொத்த உயரம் $= h + h + \frac{h}{2} = \frac{5h}{2}$

5

10

(b)



$$\underline{V}(B, W) \leq v$$

$$\underline{V}(W, E) \leq u \rightarrow$$

$$\underline{V}(B, E) \leq \frac{\pi}{6} \text{ } AB \text{ இற்கு } \frac{\pi}{6} \text{ } BC \text{ இற்கு}$$

5

$$\underline{V}(B, E) = \underline{V}(B, W) + \underline{V}(W, E)$$

$$= \underline{V}(W, E) + \underline{V}(B, W)$$

5

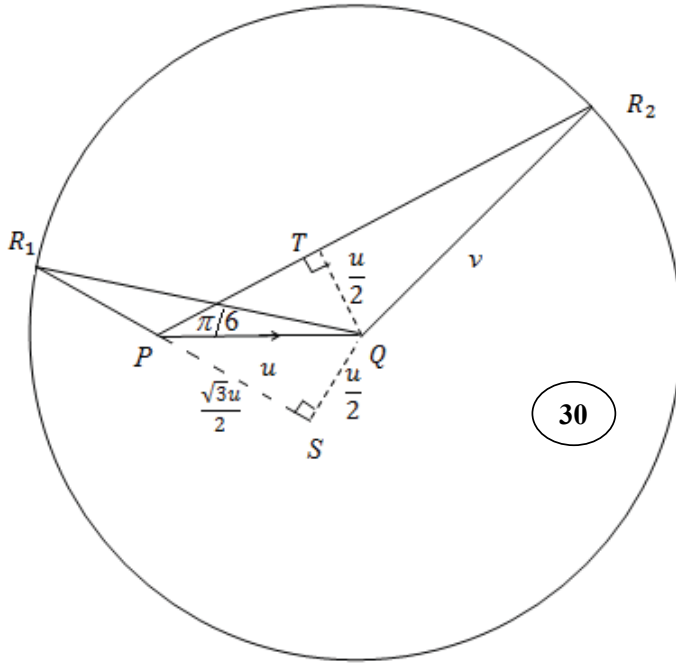
$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i}$$

$$\leq \overrightarrow{PR_i}, \quad i=1,2, \text{ இற்கு முறையே } AB // PR_1, \quad BC // PR_2.$$

5

5

20



30

30

AB இற்கு ΔPQR_1

$$R_1S \square \sqrt{v^2 - \frac{u^2}{4}}$$

$$PR_1 \square R_1S - PS$$

$$\square \frac{1}{2} \left(\sqrt{4v^2 - u^2} - \sqrt{3}u \right).$$

5

5

BC இற்கு : ΔPQR_2

$$PR_2 = PT + TR_2$$

$$= \frac{\sqrt{3}u}{2} + \sqrt{v^2 - \frac{u^2}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sqrt{4v^2 - u^2} + \sqrt{3}u \right)$$

$$PR_1 \cdot PR_2 \square \frac{1}{4} [4v^2 - u^2 - 3u^2]$$

5

5

$$\text{மொத்த நேரம்} = \frac{a}{PR_1} + \frac{a}{PR_2}$$

$$= a \frac{(PR_1 + PR_2)}{PR_1 \cdot PR_2}$$

$$= a \frac{\sqrt{4v^2 - u^2}}{(v^2 - u^2)}.$$

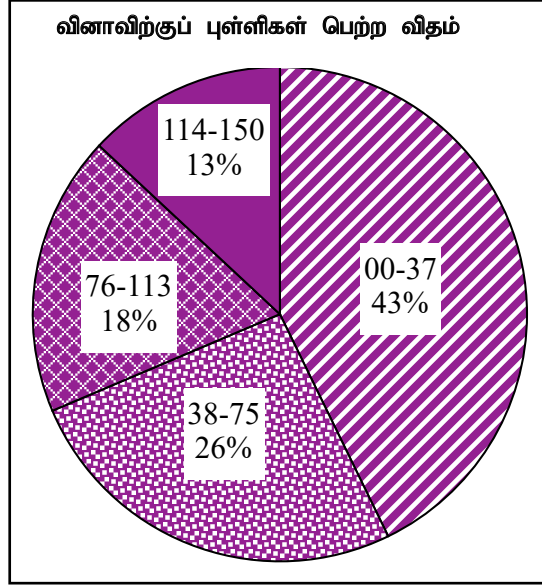
5

$$PR_1 + PR_2 = \sqrt{4v^2 - u^2}$$

$$PR_1 \cdot PR_2 \square v^2 - u^2$$

25

11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவைத் தெரிவுசெய்திருப்பது பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 79% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

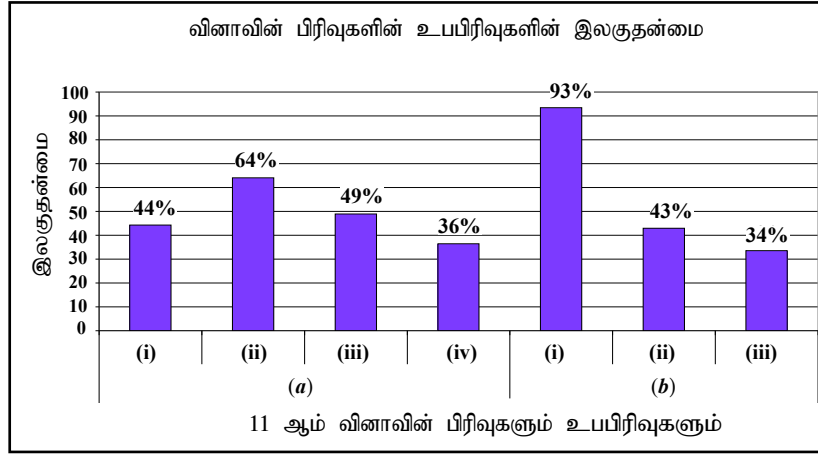
அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைபில் 43% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைபில் 26% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைபில் 18% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைபில் 13% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 7 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (b) யின் முதலாம் உபபகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 93% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (b) யின் இறுதி உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 34% ஆகும்.

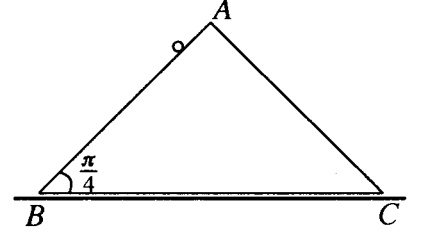
[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

பரீட்சார்த்திகளுள் 79% இனர் இந்தப் பிரசினத்தைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். வேக-நேர வரைபை அடிப்படையாகக் கொண்டு பகுதி (a) யும் சார்பு இலக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு பகுதி (b) யும் என்றவாறான (a) மற்றும் (b) என்பன இரு பகுதிகளாகும். பகுதி (a) யின் இலகுதன்மை 48% ஆகும். பகுதி (a) யில் 4 உபபகுதிகள் உள்ளதுடன் அந்தப் பகுதிகளின் இலகுதன்மை 36% இலிருந்து 64% வரையுள்ள வீச்சில் இருந்தது. பகுதி (a) (i) இல் கப்பியின் இருபுறமும் P, Q என்ற துணிக்கைகளுக்கான சமன்பாடுகளை வெவ்வாறாகப் பயன்படுத்தாமையினால் புள்ளிகள் குறைவடைந்து இருந்தது. பகுதி (a) (ii) இல் வேக-நேர பகுதியில் “வரைபைப் பயன்படுத்தி” என்பதைக் கவனியாது இயக்க சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி கணித்தமையினால் புள்ளிகள் கிடைக்காது இருந்தது. பகுதி (a) (iv) இல் துணிக்கை P யானது புவியீர்ப்பு மையத்தில் கீழ் இயங்குவன கவனத்திற் கொள்ளாமையினால் இறுதி விடையை அண்மிக்க முடியாமையினால் முழுப்புள்ளியையும் பெற முடியாது இருந்தது.

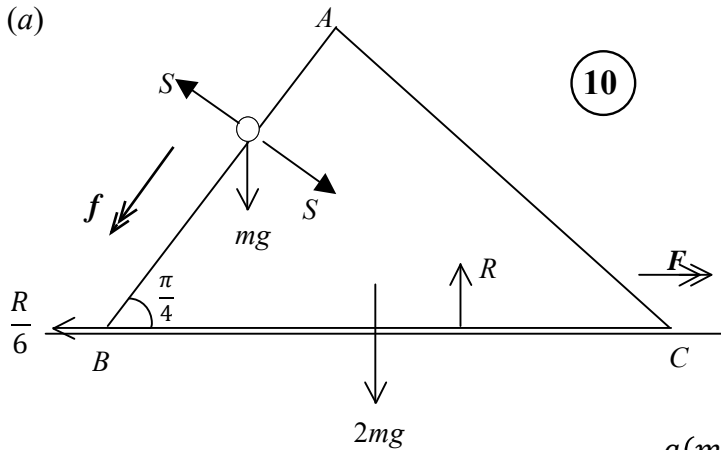
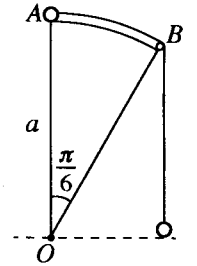
பகுதி (b)யின் இலகுதன்மை 60% ஆகும். (b) யில் 3 உபபகுதிகள் உள்ளதுடன் அந்தப் பகுதிகளின் இலகுதன்மை 34% இலிருந்து 93% வரையிலான வீச்சிலே காணப்பட்டது. பகுதி (b) (i) இன் இலகுதன்மை 93% ஆகும். பகுதி (b) (ii) இல் வேக-நேர முக்கோணியைக் கீறும்போது அதில் காட்ட வேண்டிய வேக திசை மற்றும் கோணத்தை காட்டாமையினால் புள்ளிகள் குறைய காரணமாக இருந்தது. பகுதி (b)(iii) இல் புள்ளிகள் குறைய காரணமாக அமைந்தமை வேகத்தின் பருமனைக் காண்பதற்கான கணித்தல்களில் உள்ள தவறாகும்.

ஒவ்வொரு துணிக்கைகளுக்காகவும் நியூட்டனின் விதியை வெவ்வேறாகப் பயன்படுத்த மாணவர்களை ஈடுபடுத்தல் பிரசினத்தை கவனமாகச் வாசித்து தீர்க்க ஆரம்பிப்பது அவசியம் என காட்டிக்கொடுப்பதன் மூலம் இந்தத் தவறுகளை இல்லாது செய்ய முடியும். சார்பு இயக்கத்தின் கோட்பாடுகளை பயன்படுத்துவதற்கான பயிற்சிகளை செய்வதனால் வேக முக்கோணியை வரைவதில் பயிற்சி செய்வதனால் இவ்வாறான தவறுகளை இல்லாது செய்ய முடியும்.

- 12.(a) உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC ஆனது திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்தான குறுக்குவெட்டாகும். கோடு AB ஆனது அதனைக் கொண்டுள்ள முகத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோடும் $\hat{ABC} = \frac{\pi}{4}$ உம் ஆகும். BC ஐக் கொண்டுள்ள முகம் ஒரு கரடான கிடை நிலத்தின் மீது இருக்குமாறு ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. AB ஐக் கொண்டுள்ள முகம் ஒப்பமானது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை உருவிற்கு காணப்படுகின்றவாறு AB மீது தாங்கப்பட்டு, தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. ஆப்பு BC இன் திசையில் இயங்குகின்றது எனவும் நிலத்தினால் ஆப்பு மீது உஞற்றப்படும் உராய்வு விசையின் பருமன் $\frac{R}{6}$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு R ஆனது நிலத்தினால் ஆப்பு மீது உஞற்றப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கத்தின் பருமனாகும். R ஐ m, g ஆகியவற்றின் சார்பில் துணிவதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



- (b) உருவில் OAB ஆனது OA நிலைக்குத்தாக இருக்கும் மையம் O இல் ஒரு கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐ எதிரமைக்கும் ஆரை a ஐ உடைய ஒரு வட்ட ஆரைச்சிறையாகும். அது அதன் அச்ச கிடையாக இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஓர் ஒப்பமான உருளை ஆரைச்சிறையின் அச்சக்குச் செங்குத்தான குறுக்குவெட்டாகும். B இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி திணிவு $3m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை அதன் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற்கு காணப்படுகின்றவாறு தொடக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது A இல் தாங்கப்படும் அதே வேளை துணிக்கை Q ஆனது O இன் கிடை மட்டத்தில் சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. இழை இறுக்கமாக இருக்க, இத்தானத்திலிருந்து தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) ஐ ஆக்கும்போது $2a\theta^2 = 3g(1 - \cos \theta) + g\theta$ எனவும் இழையில் உள்ள இழுவை $\frac{3}{4}mg(1 - \sin \theta)$ எனவும் காட்டி, துணிக்கை P மீதுள்ள செவ்வன் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.



(10)

$$\underline{a}(2m, E) = F \longrightarrow$$

$$\underline{a}(m, 2m) = f \searrow$$

$$\underline{a}(m, E) = \underline{a}(m, 2m) + \underline{a}(2m, E)$$

$$= \begin{array}{c} \text{---} \\ \swarrow \pi/4 \\ \searrow f \end{array} \begin{array}{c} \longrightarrow F \end{array}$$

(10)

$\underline{F} = m\underline{a}$ ஐப் பிரயோகிக்க.

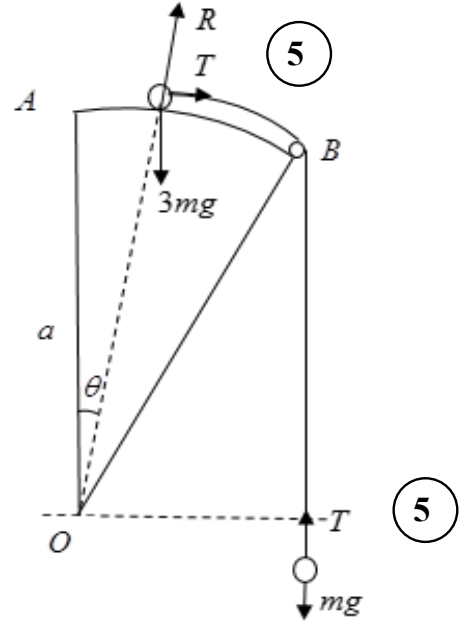
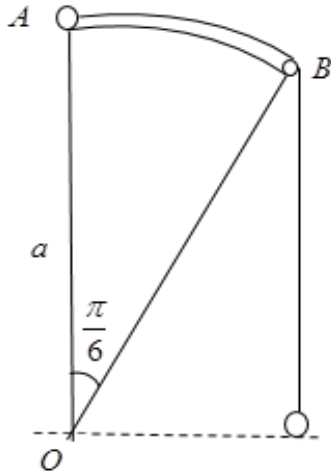
(i) P துணிக்கைக்கு \checkmark $mg \frac{\sqrt{2}}{2} = m \left(f - F \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right)$ (15)

(ii) தொகுதிக்கு \rightarrow $\frac{-R}{6} = 2mF + m \left(F - \frac{f}{\sqrt{2}} \right)$ (15)

(iii) தொகுதிக்கு \uparrow $R - 3mg = -m \frac{f}{\sqrt{2}}$ (10)

60

(b)



சக்திக் காப்பு விதிப்படி

$$3mga = 3mga \cos \theta - mga \theta + \frac{1}{2}(3m)(a\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}(m)(a\dot{\theta})^2$$
 (25)

(PE = 10, KE = 10, Eqn = 05)

$$2a\dot{\theta}^2 = 3g(1 - \cos \theta) + g\theta$$
 (5)

40

$$\underline{F} = m\underline{a} \text{ பிரயோகிக்க}$$

$$P \text{ இற்கு } \searrow \quad T + 3mg \sin \theta = 3mf \text{ ----- (1)} \quad (15)$$

$$Q \text{ இற்கு } \downarrow \quad mg - T = mf \text{ ----- (2)} \quad (10)$$

By (1) , (2) இன்

$$\begin{aligned} 3mg - 3T &= T + 3mg \sin \theta \\ 4T &= 3mg(1 - \sin \theta) \quad (05) \\ T &= \frac{3mg}{4}(1 - \sin \theta) \end{aligned}$$

30

$$\underline{F} = m\underline{a}, \quad P \text{ க்கு } \text{பிரயோக்க}$$

$$\swarrow \quad 3mg \cos \theta - R = 3ma\dot{\theta}^2 \quad (10)$$

$$R = 3mg \cos \theta - \frac{3m}{2} \{3g(1 - \cos \theta) + g\theta\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3mg}{2}(2\cos \theta - 3 + 3\cos \theta - \theta) \\ &= \frac{3mg}{2}(5\cos \theta - \theta - 3) \end{aligned}$$

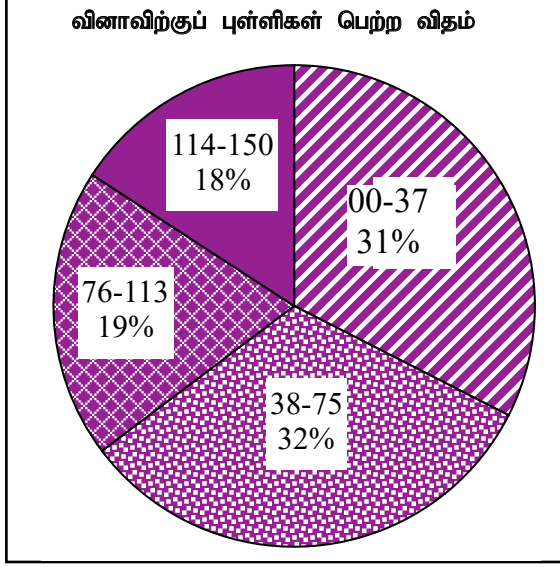
20

குறிப்பு :

$0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ இற்கு P மேற்பரப்பை விட்டு விலகாது

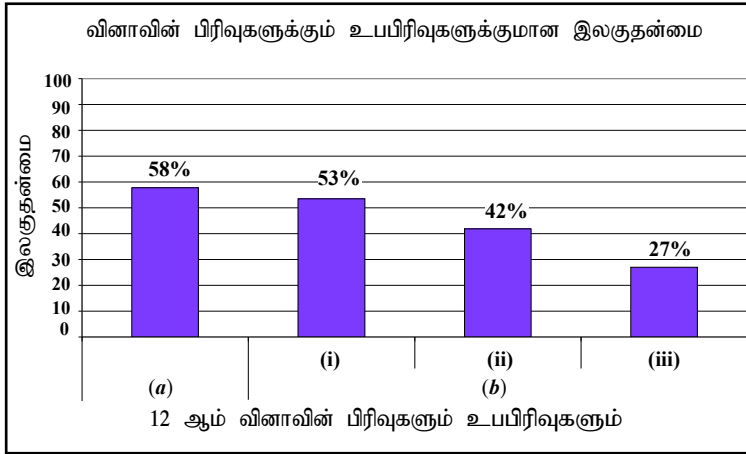
$$\begin{aligned} R|_{\theta=0} &= 3mg > 0 \\ \frac{dR}{d\theta} &= \frac{3mg}{2} (-5 \sin \theta - 1) < 0 \text{ for } 0 < \theta < \frac{\pi}{6} \\ R|_{\theta=\frac{\pi}{6}} &= \frac{3mg}{2} \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} - 3 \right) > 0 \end{aligned}$$

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 91% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 52% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 32% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 19% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 4 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (a) ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (b) யின் இறுதி உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 27% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவானது (a), (b) என்றவாறான இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a) ஆனது சார்பு ஆர்முடுகலைக் கொண்டும் பகுதி (b) ஆனது வட்ட இயக்கத்தை அடிப்படையாகக்கொண்டும் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 58% உம் பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 46% உம் ஆகும்.

பகுதி (a) இந்தப் பிரசினத்தில் $F = ma$ இனைப் பயன்படுத்தி சமன்பாட்டை எழுதுவது மட்டும் எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. விசைகளைக் குறிக்காமையினால் படத்திற்குரிய புள்ளிகள் கிடைக்காது போனது. மேலும் தொகுதிக்காக $F = ma$ இனை இடும்போது தொடுகை விசையை இடும்போது ஆப்பின் திணிவை m என எடுத்தமையினால் அந்தப் புள்ளியும் இல்லாது போய் இருந்தது.

பகுதி (b) ஆனது மூன்று உபபகுதிகளைக் கொண்டது. இதில் பகுதி (i) இன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். வரிப்படத்திலே விசையைக் குறிக்காமை மற்றும் சக்திக் காப்பு விதியை பயன்படுத்துவதில் பின்னடைவு காரணமாக திருப்தியான விடையை அடைய முடியாது இருந்தது. உபபகுதி (ii) இன் இலகுதன்மை 42% ஆகும். இதுவும் $F = ma$ இனை இடுவதாகும். துணிக்கை P யிற்காக $F = ma$ இனை இடுவதில் பின்னடைவு காரணமாக முழுப் புள்ளியையும் பெற முடியாது இருந்தது. உபபகுதி (iii) இன் இலகுதன்மை 27% ஆவதுடன் அதன் முதல் பகுதியைப் போல $F = ma$ இல் பிரதியிடும்போது பின்னடைவைக் காண முடிந்தது.

சக்திகாப்பு கோட்பாடு மற்றும் $F = ma$ இனைப் பிரதியிடும்போது எளிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதனால் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்யலாம்.

வினா இலக்கம் 13

13. இயற்கை நீளம் a ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை P ஆனது O இல் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை P புள்ளி A இனுடாகச் செல்லும்போது அதன் வேகத்தைக் காண்க; இங்கு $OA = a$.

இழையின் நீளம் $x (\geq a)$ ஆனது சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{4g}{a} \left(x - \frac{5a}{4} \right) = 0$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றதெனக் காட்டுக. $X = x - \frac{5a}{4}$ எனக் கொண்டு மேற்குறித்த சமன்பாட்டை வடிவம் $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $\omega (> 0)$ ஆனது துணியப்பட வேண்டிய ஒரு மாறிலியாகும்.

இச்சமன்பாடு $\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2)$ ஐத் தருகின்றதெனக் கொண்டு, இவ்வெளிய இசை இயக்கத்தின் வீச்சம் c ஐக் காண்க.

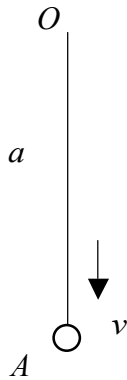
துணிக்கை P அடையும் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி L எனக் கொள்வோம். A இலிருந்து L இற்கு இயங்குவதற்கு P எடுக்கும் நேரம் $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{g}} \left[\pi - \cos^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) \right]$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது L இல் இருக்கும் கணத்தில் திணிவு $\lambda m (1 \leq \lambda < 3)$ ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை மெதுவாக P உடன் இணைக்கப்படுகின்றது. திணிவு $(1 + \lambda) m$ ஐ உடைய சேர்த்தித் துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{4g}{(1 + \lambda)a} \left\{ x - (5 + \lambda) \frac{a}{4} \right\} = 0$ எனக் காட்டுக.

சேர்த்தித் துணிக்கை வீச்சம் $(3 - \lambda) \frac{a}{4}$ உடன் முழு எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றதென மேலும் காட்டுக.

புவியீர்ப்பின் கீழான P இன் இயக்கத்திற்கு O

இலிருந்து A இற்கு:



$$\downarrow v^2 \square 2ga \Rightarrow v \square \sqrt{2ag}. \quad (5)$$

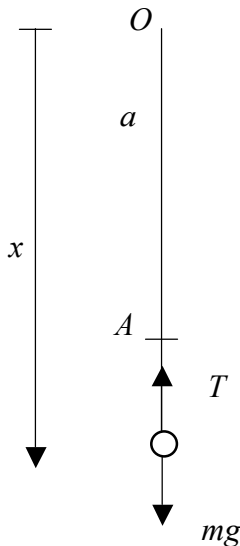
$$\text{இழையில் இழுவை : } T \square \frac{4mg(x-a)}{a}, x \geq a \quad (5)$$

$$F = ma : -T + mg = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$T \text{ ஐ நீக்க : } -4mg \frac{(x-a)}{a} + mg = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \ddot{x} \square \frac{4g}{a} [x-a] \square \frac{4g}{a} \cdot \frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{4g}{a} \left(x - \frac{5a}{4} \right) = 0 \text{-----} (1) \quad (5)$$



$$X \square x - \frac{5a}{4} \Rightarrow \dot{X} \square \dot{x}, \quad \ddot{X} \square \ddot{x}. \quad (5)$$

$$(1) \text{ இன் } \ddot{X} + \frac{4g}{a} X = 0.$$

$$\text{மேலும் } \ddot{X} + \omega^2 X = 0; \text{ இங்கு } \omega \square 2\sqrt{\frac{g}{a}}. (\because \omega \square 0)$$

(5)

(5)

40

$$\Rightarrow \dot{X}^2 \square \omega^2 (c^2 - X^2) \text{-----} (2)$$

$$x \square a \text{ ஆகும்போது } \dot{x} \square \sqrt{2ga} \Rightarrow \dot{X}^2 \square 2ga, \quad X \square -\frac{a}{4} \quad (5)$$

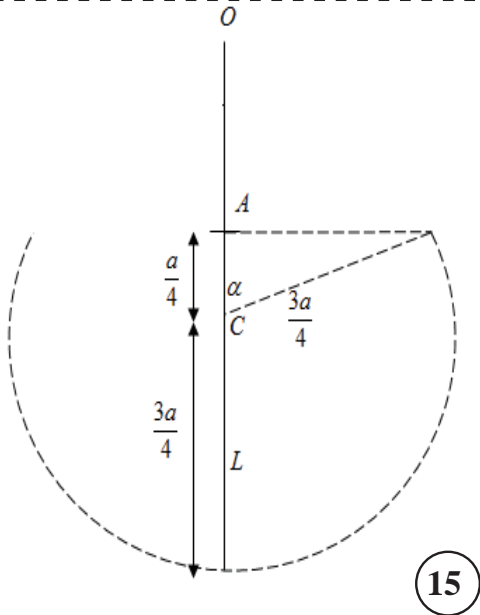
$$(2) \Rightarrow 2ga \square \frac{4g}{a} \left[c^2 - \left(-\frac{a}{4} \right)^2 \right] \quad (5)$$

$$\Rightarrow a^2 \square 2c^2 - \frac{a^2}{8} \Rightarrow c^2 \square \frac{9a^2}{16}$$

$$\Rightarrow c \square \frac{3a}{4} (\because c \square 0) \quad (5)$$

$$\text{இயக்க மையம்} \quad X \square 0; \quad x \square \frac{5a}{4}. \quad (5)$$

25



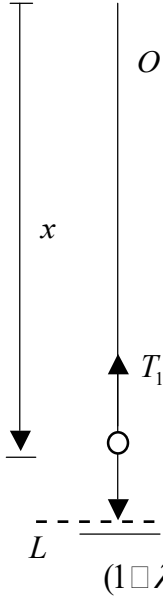
$$AL = \frac{a}{4} + \frac{3a}{4} = a. \quad (5)$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \quad (5)$$

$$A \text{ இலிருந்து } L \text{ இற்கு எடுத்த நேரம் } \square \frac{\pi - \alpha}{\omega} \quad (5)$$

$$\square \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \pi - \cos^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) \right\}. \quad (5)$$

35



$$T_1 = \frac{4mg(x-a)}{a}$$

கூட்டுத் துணிக்கை $F = ma : (1+\lambda)mg - T_1 = (1+\lambda)m\ddot{x}$

$$(1+\lambda)mg - \frac{4mg}{a}(x-a) = (1+\lambda)m\ddot{x} \quad (10)$$

(5)

$$\ddot{x} + \frac{4g}{(1+\lambda)a}(x-a) - g = 0$$

(5)

$$\ddot{x} + \frac{4g}{(1+\lambda)a} \left\{ (x-a) - (1+\lambda)\frac{a}{4} \right\} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{4g}{(1+\lambda)a} \left\{ x - (5+\lambda)\frac{a}{4} \right\} = 0 \quad (5)$$

25



மையம் $C_1: x = OC_1 = (5+\lambda)\frac{a}{4} \quad (5)$

$$C_1L = 2a - (5+\lambda)\frac{a}{4} \quad (5)$$

$$\geq (3-\lambda)\frac{a}{4} \quad (5)$$

புதிய வீச்சம் $c_1 \geq (3-\lambda)\frac{a}{4} \quad (\geq 0) \because \lambda \geq 3.$

பூரண எ.இ.இ. ஆக இருந்தால் மட்டுமே \Leftrightarrow

$$AC_1 \geq c_1 \quad (5)$$

$$5 \geq \lambda \frac{a}{4} - a \geq 3 - \lambda \frac{a}{4}$$

$$5 \geq \lambda - 4 \geq 3 - \lambda$$

$$\lambda \geq 1 \quad (5)$$

25

மற்றுமுறை:

$X = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ என்க. இங்கு A, B தீர்மானிக்கப்பட வேண்டியவை.

$$\Rightarrow \dot{X} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t. \quad (5)$$

$$t = 0, \quad x = a \text{ ஆகும்போது } X = -\frac{a}{4}, \quad \dot{X} = V = \sqrt{2ga}. \quad (5)$$

$$\therefore -\frac{a}{4} = A, \quad V = B\omega \Rightarrow B = \frac{V}{\omega} \quad (5)$$

தீர்வு $X = -\frac{a}{4} \cos \omega t + \frac{V}{\omega} \sin \omega t.$

25

வகையிட : $\dot{X} = \frac{a\omega}{4} \sin \omega t + V \cos \omega t. \quad (5)$

$\dot{X} = 0$ ஆக அதிதாழ் புள்ளி L ஐ முதலில் அடையும் : (5)

$$t = t_1,$$

$$\tan \omega t_1 = -\frac{4V}{a\omega} \quad (5)$$

$$\omega t_1 = \pi - \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{4V}{a\omega}; \text{ இங்கு } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (5)$$

SHS இன் மையம் $x = \frac{5a}{4}$ அல்லது $C = \frac{a}{4} \quad (5)$

$$\begin{aligned} \frac{a}{4} &= c \cos \alpha = \frac{c \cdot a\omega}{\sqrt{16V^2 + a^2\omega^2}} \\ &= c \cdot \frac{2\sqrt{ga}}{\sqrt{16 \times 2ga + 4ga}} = \frac{1}{3}c \quad (5) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c = \frac{3a}{4}$$

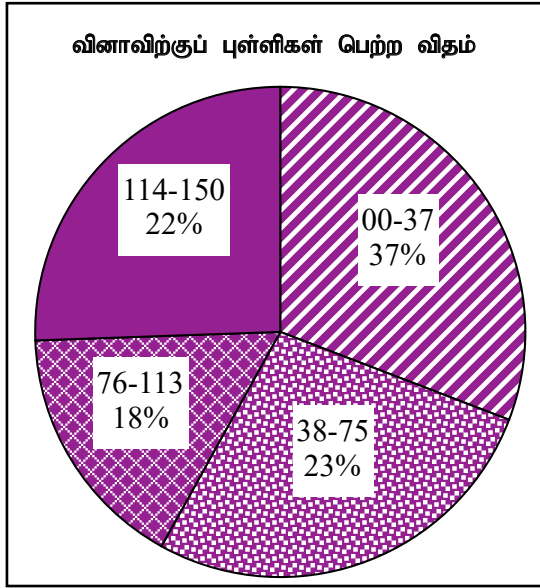
மேலும்

$$\omega t_1 = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \left\{ \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \right\}. \quad (5)$$

35

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



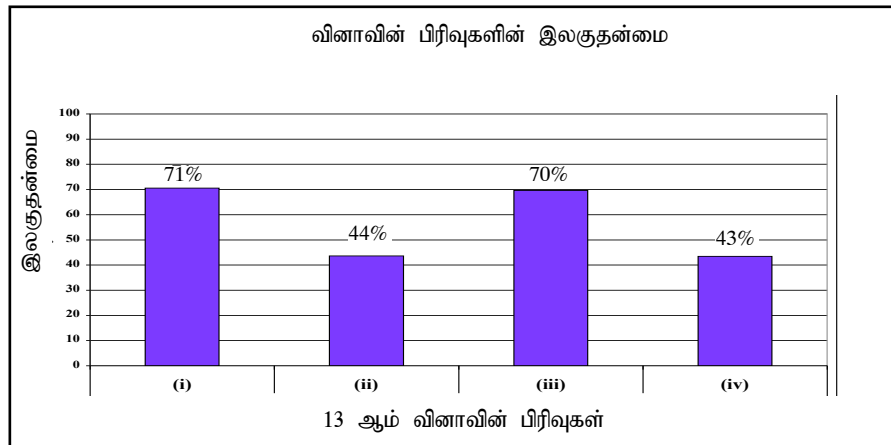
இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 84% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 37% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 23% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 18% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 22% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 4 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய

இலகுதன்மை பகுதி

(i) ஆவதுடன் அதன்

இலகுதன்மை 71% ஆகும்.

குறைந்த இலகுதன்மையை

பகுதி (iv) இன் உபபகுதி

கொண்டுள்ளதுடன் அதன்

இலகுதன்மை 43% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

பரீட்சார்த்திகளில் 84% மாணோர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். இந்த வினா 4 உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் “எளிய இசை இயக்கத்தை” அடிப்படையாகக்கொண்ட பிரசினமாகும். பகுதி (i) இன் இலகுதன்மை 71% ஆகும். இழையின் நீளம் x என இருப்பினும் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் அது நீட்சியடையக் கூடியது என குறித்துக் கொண்டமையினால் சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது. பகுதி (ii) இன் இலகுதன்மை 44% ஆகும். கூட்டுத் துணிக்கை சரியாக $F = ma$ எனப் பிரதியிடாமையினால் சரியான பண்பு ரீதியான சமன்பாட்டை பெறாத காரணத்தினால் அந்த பகுதியை முழுமையாக்க முடியாதிருந்தது.

பகுதி (iii) இன் இலகுதன்மை 70% ஆகும். பகுதிகள் (i) மற்றும் (ii) பூரணப்படுத்த முடியாது விடினும் பிரசினத்தில் தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி இந்தப் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர்.

பகுதி (iv) இன் இலகுதன்மை 43% ஆகும். சேர்த்தி துணிக்கையின் இயக்க மையம் மற்றும் தூரத்தை சரியாகக் கணிக்காமையினால் இந்தப் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாதிருந்தது. எளிமை இசை இயக்கத்தின் கீழே பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதன் பொறிமுறையை பயிற்றுவிப்பதனை இல்லாது செய்யுமாறான பிரசினங்களை சரியான முறையில் வாசித்து விளங்கிக் கொண்டு கட்டமைக்கப்பட்ட வினாக்களை தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 14

14. (a) உற்பத்தி O ஐக் குறித்து A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே \mathbf{a}, \mathbf{b} ஆகும்; இங்கு O, A, B ஆகியன ஒரேகோட்டில் இருப்பதில்லை. C என்பது $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி எனவும் D என்பது $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி எனவும் கொள்வோம். $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ ஆகியவற்றை \mathbf{a}, \mathbf{b} ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைப்பதன் மூலம் $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ எனக் காட்டுக. P, Q என்பன முறையே AB, OD ஆகியவற்றின் மீது $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB}$ ஆகவும் $\overrightarrow{OQ} = (1 - \lambda)\overrightarrow{OD}$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளிகளெனக் கொள்வோம்; இங்கு $0 < \lambda < 1$ ஆகும். $\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{CQ}$ எனக் காட்டுக.

(b) ஓர் இணைகரம் $ABCD$ இல் $AB = 2$ m, $AD = 1$ m எனவும் $\hat{BAD} = \frac{\pi}{3}$ எனவும் கொள்வோம். மேலும் CD இன் நடுப் புள்ளி E எனவும் கொள்வோம். AB, BC, DC, DA, BE ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்துகளின் ஒழுங்குமுறையினாற் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே $5, 5, 2, 4, 3$ நியூற்றன் பருமன்களை உடைய விசைகள் தாக்குகின்றன. அவற்றின் விளையுள் விசை \overrightarrow{AE} இற்குச் சமாந்தரமானதெனக் காட்டி, அதன் பருமனைக் காண்க.

விளையுள் விசையின் தாக்கக் கோடு நீட்டப்பட்ட AB ஐ B இலிருந்து தூரம் $\frac{3}{2}$ m இல் சந்திக்கின்றது எனவும் காட்டுக.

C இனாடாகத் தாக்கும் ஒரு மேலதிக விசை இப்போது மேற்குறித்த விசைத் தொகுதியுடன், புதிய தொகுதியின் விளையுள் விசை \overrightarrow{AE} வழியே இருக்கத்தக்கதாக, சேர்க்கப்படுகின்றது. மேலதிக விசையின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

(a)

$$\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \underline{b} \text{ ஆக}$$

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} = \frac{\underline{b}}{3}, \quad \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{\underline{b} - \underline{a}}{2} \quad (5)$$

(5)

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$$

$$= -\underline{a} + \frac{\underline{b}}{2} - \frac{\underline{a}}{2}$$

$$= -\underline{a} + \frac{\underline{b}}{3} \text{-----} (2)$$

(5)

$$= \frac{3}{2} \left(-\underline{a} + \frac{\underline{b}}{3} \right) \text{-----} (1) \quad (5)$$

$$(1), (2), \text{மூலம் } \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \quad (5)$$

25

$$\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OC}$$

$$= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$$

$$= -\lambda \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$$

$$= -\lambda(\underline{b} - \underline{a}) - \underline{a} + \underline{c}$$

$$= (\lambda - 1)\underline{a} - \lambda\underline{b} + \frac{b}{3}$$

$$= (\lambda - 1)\underline{a} + \frac{1}{3}(1 - 3\lambda)\underline{b} \text{-----} (3) \quad \textcircled{5}$$

$$\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OQ} \quad (5)$$

$$= -\overrightarrow{OC} + (1 - \lambda)\overrightarrow{OD}$$

$$= -\frac{b}{3} + (1 - \lambda) \frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{a}) \quad \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{2} \left[(\lambda - 1) \underline{a} - \frac{3}{2} \underline{b} + \underline{b} - \lambda \underline{b} \right]$$

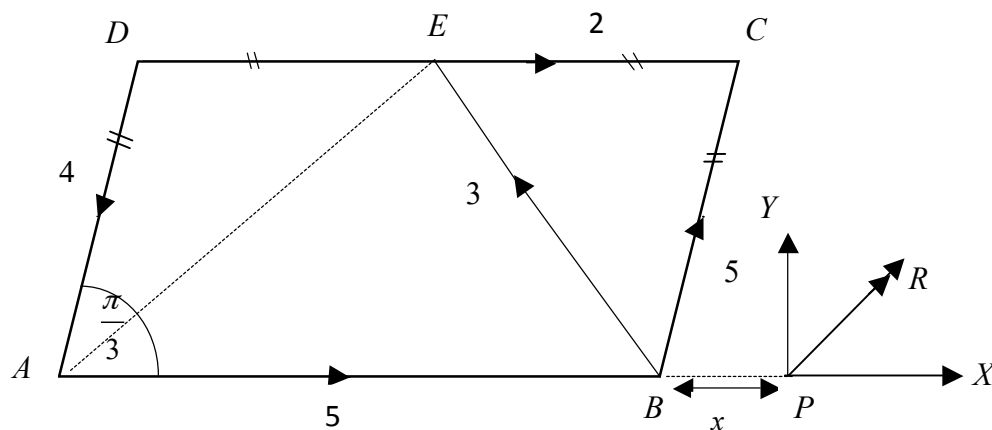
$$= \frac{1}{2} \left((\lambda - 1) \underline{a} + \frac{1}{3} (1 - 3\lambda) \underline{b} \right) \dots \dots \dots (4)$$

(3), (4) மூலம் $\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{CQ}$ (5)

35

10 தரப்பட்ட விசையைக் குறிப்பதற்கு


(b)



10

சமாந்தரமாக \vec{AE} இற்கு $\parallel -4 \cos \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6} + 5 \cos \frac{\pi}{6} + 5 \cos \frac{\pi}{6}$ 10

$$= 4\sqrt{3}N \quad (5)$$

AE திசைக்கு செங்குத்தாக  : $E = 3 \left[-4 \sin \frac{\pi}{6} + 5 \sin \frac{\pi}{6} - 5 \sin \frac{\pi}{6} - 2 \cos \frac{\pi}{6} \right]$ **(10)**

$$= 3 - 2 + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} - 1$$

$$= 0 \quad (5)$$

விளையுள் விசையின் பருமன் $R = 4\sqrt{3}N$, \overrightarrow{AE} இற்குச் சமாந்தரம் ஆகும்.

40

மாற்றுமுறை

$$AB \text{ யின் } \rightarrow X = 5 + \frac{5}{2} + 2 - \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = 6N \quad (10)$$

$$AB \text{ செங்குத்தாக } Y: \frac{\sqrt{3}}{2} (5 + 3) - \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}N \quad (10)$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (5)$$

$$\text{வினையுள்ளின் } R = 2\sqrt{3}\sqrt{3+1} = 4\sqrt{3}N, \quad (5)$$

செயற்பாட்டுக் கோடு AB உடனான கோணம் $\tan^{-1}(1/\sqrt{3}) = \pi/6 \therefore$ அது AE இற்கு சமாந்தரமாகும். (5)

(5)

40

நீட்டப்பட்ட AB ஐ வினையுள் சந்திக்கும் புள்ளி P என்க.



$$Yx = 4 \times 2 \sin \frac{\pi}{3} - 2 \times 1 \sin \frac{\pi}{3} \quad (10)$$

$$2\sqrt{3}x = 3\sqrt{3}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ m.}$$

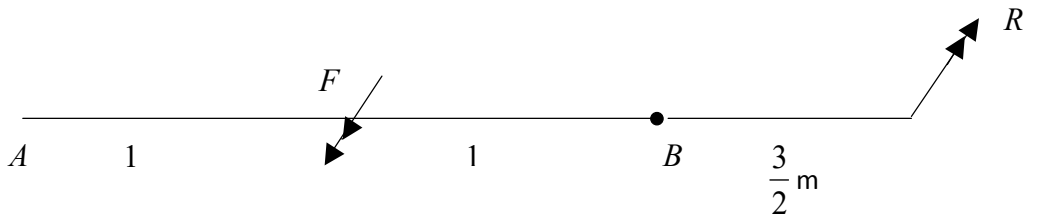
(5)

15

$$BP, \quad x = \frac{3}{2} \text{ m.}$$

மேலதிக விசை \vec{EA} இற்கு சமாந்தரம்

(5)



$$A \curvearrowright R \times \left(2 + \frac{3}{2}\right) \sin 30^\circ = F \cdot 1 \sin 30^\circ \quad (15)$$

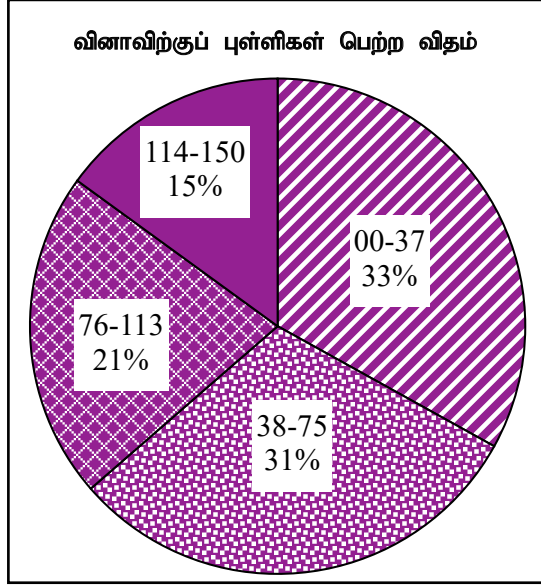
$$4\sqrt{3} \times \frac{7}{2} = F$$

$$F = 14\sqrt{3}N.$$

(5)

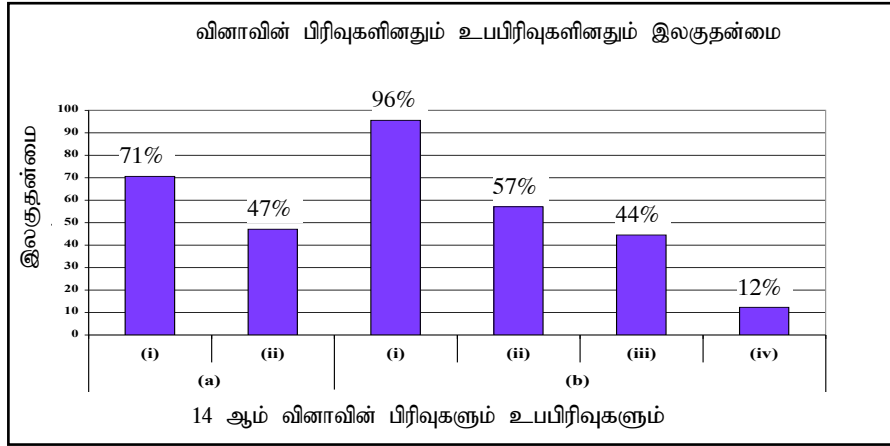
25

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 90% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 33% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 21% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 15% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 6 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. மிகவும் கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (b) இன் முதலாவது உபபகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 96% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (b) இன் இறுதி உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 12% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இவ்வினாவானது (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a) யிலே காவிகளில் அட்சரங்களைக் கொண்டும் பகுதி (b) யானது ஒரு தள விசையையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது.

உபபகுதி (a) (i) இல் காவிகளின் கூட்டல் தொடர்பான விளக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டதுடன் பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் திருப்திகரமான விடை எழுதியிருந்தனர். அதன் இலகுதன்மை 71% ஆகும். உபபகுதி (ii) ஆனது PC இற்காக சமன்பாடுகள் இரண்டைப் பெறுவதில் இடரைக் காண முடிந்ததுடன் சமன்பாட்டைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளும் காவி வகுத்தல் மூலம் இறுதி விடைக்கு அண்மித்திராமையினால் புள்ளிகள் கிடைக்காது இருந்தது. அதன் இலகுதன்மை 47% ஆகும். காவிக் கூட்டலுக்குரிய எளிய பிரசினங்களை தீர்க்க பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

பகுதி (b) ஆனது நான்கு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் கூடிய இலகுதன்மை 96% ஆவதுடன் அது உபபகுதி (i) ஆவதுடன் மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை 12% ஆவதுடன் அது உபபகுதி (iv) இற்குமாகும். உபபகுதி (ii) இலே சரியான கோணத்தைக் கண்டிராமையினால் விசையைச் சரியாகப் பிரிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. உபபகுதி (iv) இற்கு அதிக பரீட்சார்த்திகள் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்து இருக்கவில்லை. தரப்பட்ட விசை மற்றும் விசைத் தொகுதியை தரப்பட்ட வேறு புள்ளிகளில் செயற்படுகின்ற தனி விசைக்குக் குறைப்பது தொடர்பான அறிவு, பிரசினத்தில் பயன்படுத்துவதற்குரிய குறைபாடுகள் காரணமாக விடைகள் திருப்தியற்ற மட்டத்தில் காணப்பட்டது.

ஒரு தள விசைத் தொகுதியின் பிரிப்புகள், தாக்கும் விசையை தனி விசைக்கு குறைப்பது போன்ற எளிய பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

$$\begin{aligned}
 (1) \times 2 - (2) &\Rightarrow T = 2w_1 \tan \theta + (2w_1 + w_2) \tan \theta \\
 &= (4w_1 + 2w_2) \tan \theta \\
 &= 2(2w_1 + w_2) \tan \theta
 \end{aligned}$$

10

65

(b)

கோல்	பருமன்	இழுவை/ உதைப்பு
BC(bc)	$2W$	இழுவை
AB(ca)	$\sqrt{3}W$	உதைப்பு
CD(bd)	$\sqrt{3}W$	இழுவை
AC(dc)	W	இழுவை
AD(de)	$\frac{W}{2}$	உதைப்பு
$X(\mathbf{ea}) = \frac{W\sqrt{3}}{2}$		

10

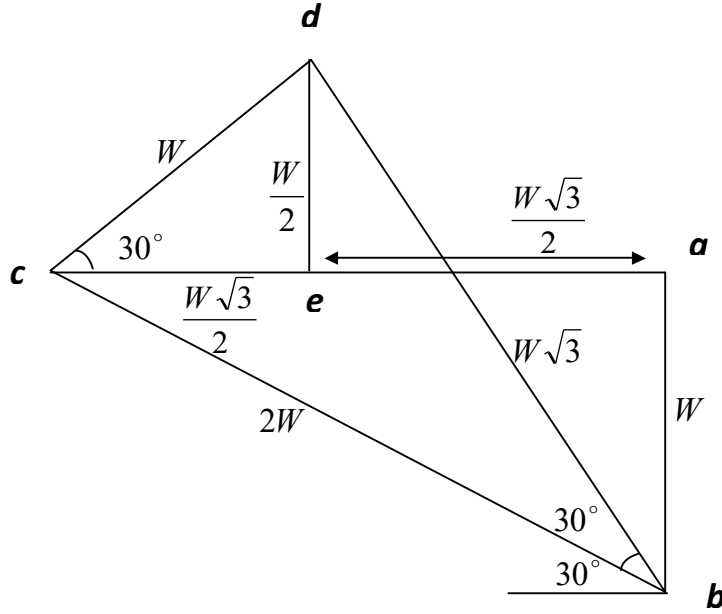
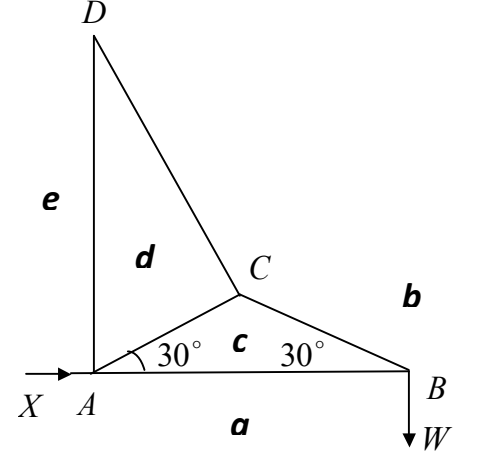
10

10

10

10

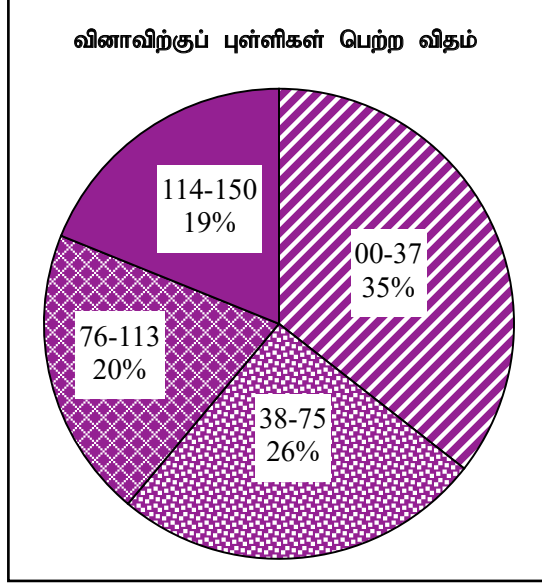
5



30

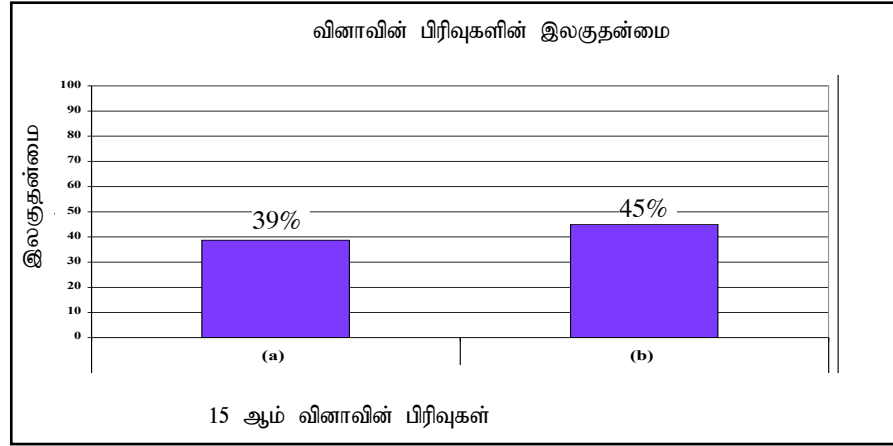
85

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 89% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 42% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 35% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 26% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 20% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 19% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 2 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (b) ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 45% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 39% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

பரீட்சார்த்திகளுள் 89% ஆனோர் இவ்வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 42% ஆகும். இப் பகுதிகள் (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டதுடன் பகுதி (a) ஆனது “முனைகளில் ஒப்பமான மூட்டப்பட்டுள்ள கோல்” அலகிலும் பகுதி (b) ஆனது “சட்டப்படல்” அலகினையும் கொண்டது. பகுதி (a) யின் இலகுதன்மை 39% ஆவதுடன் பகுதி (b) யின் இலகுதன்மை 45% ஆகும். சமச்சீர் எனக் கருதாமையினால் முனை B இனை பிரிப்பதன் மூலம் பிரசினத்தை சிக்கல் நிலைக்கு கொண்டு சென்று இருந்தனர். தெரியாக் கணியங்கள் இரண்டிற்குமாக சரியாக சுயாதீனமாக இரு சமன்பாடுகளை எழுதியமையினால் நினைத்தவாறு பல சமன்பாடுகளை எழுதியமையினால் சரியான பெறுமானத்தை பெற சிரமப்பட்டனர். முனையிலே சுமை உள்ளபோது சந்தி பிரிப்பது பாடத்திட்டத்திற்கு உரித்தல்லாதது என்பது அதன் மூலம் தவிர்க்க வேண்டும்.

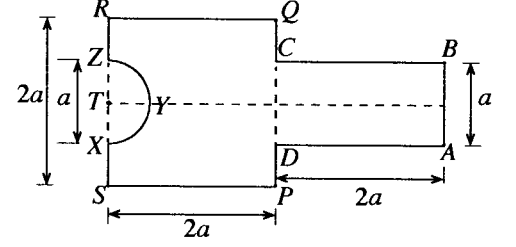
பகுதி (b) யிலே தகைப்பு வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி X இன் பெறுமானத்தைக் காண முயன்று இருப்பினும் அதனை கவனத்தில் கொள்ளாது தகைப்பு வரிப்படத்தை பாவிக்காது ஆரம்பத்திலே X இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு அதன் பெறுமானத்தை பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படத்தைச் கீறியமையினால் புள்ளிகள் கிடைக்கப் பெறாது போனது. தகைப்பு வரிப்படத்தை சரியாகக் கீறிய அனைத்து பரீட்சார்த்திகளுக்கு சரியானவாறு தகைப்பு விசையை வகைப்படுத்திக் கொள்ளவும் பருமனைக் காணவும் முடியாது இருந்தது. மேலும் பெற்ற தகைப்பு விசை மற்றும் அதன் பருமன்களை அட்டவணையில் காட்ட முடியாதிருந்தது.

ஒப்பமாக்கப்பட்ட கோலிற்கு அவசியமான சுயமான இரு சமன்பாடுகளை பெறுதவற்காக பிரசினத்தைத் தீர்க்க வேண்டும். சட்டப்படலுக்காக சரியான தகைப்புகளைக் கண்டு கொள்ள பயிற்றுவிக்க வேண்டியதோடு தகைப்பு வரிப்படத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு வெளி விசையின் பருமன்களை காணப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

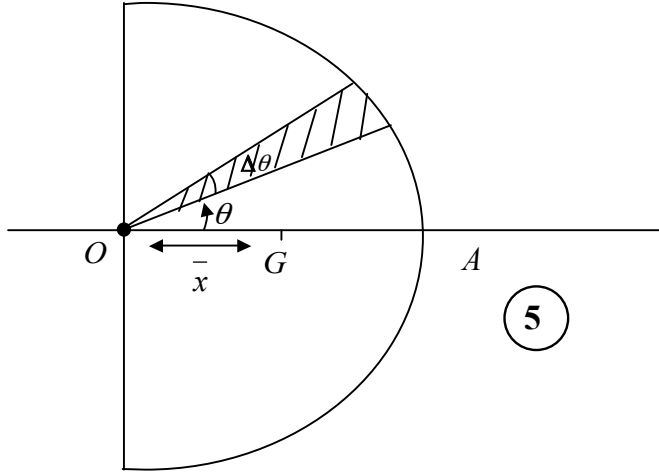
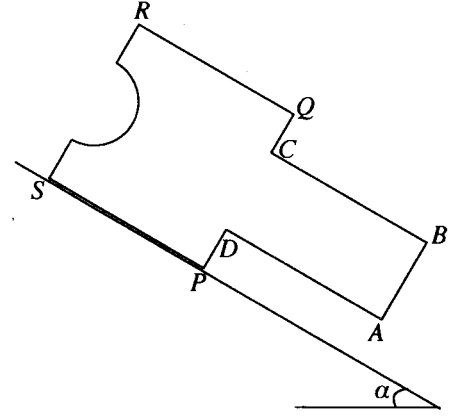
வினா இலக்கம் 16

16. ஆரை r ஐயும் மையம் O ஐயும் உடைய ஒரு சீரான அரைவட்ட அடரின் திணிவு மையம் O இலிருந்து தூரம் $\frac{4r}{3\pi}$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

அருகே உள்ள உருவியைக் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு சீரான தள அடர் L ஆனது ஒரு செவ்வகம் $ABCD$ ஐ ஒரு சதுரம் $PQRS$ உடன், DC உம் PQ உம் அவற்றின் நடுப் புள்ளிகள் பொருந்தி ஒரே கோட்டில் இருக்குமாறு, விறைப்பாக இணைத்து RS இன் நடுப் புள்ளி T இல் மையம் இருக்கும் ஆரை $\frac{a}{2}$ ஐ உடைய ஓர் அரைவட்டப் பிரதேசம் XYZ ஐ அகற்றுவதன் மூலம் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. $AB = a$ எனவும் $AD = PQ = 2a$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. அடர் L இன் திணிவு மையம் சமச்சீரச்சின் மீது RS இலிருந்து தூரம் ka இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $k = \frac{238}{3(48 - \pi)}$.



அருகே உள்ள உருவில் காணப்படுகின்றவாறு அடர் L ஆனது கிடையுடன் கோணம் α இற் சாய்ந்த ஒரு கரடான தளத்தின் மீது, அதன் தளம் நிலைக்குத்தாகவும் S இற்குக் கீழே புள்ளி P இருக்குமாறு ஓர் PS ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டின் மீதும் இருக்குமாறு, நாப்பத்தில் உள்ளது. $\tan \alpha < (2 - k)$ எனவும் $\mu \geq \tan \alpha$ எனவும் காட்டுக; இங்கு μ ஆனது அடருக்கும் சாய்தளத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.



5

சமச்சீரின் படி OA இல் கிடக்கும்

5

ஓர் அலகு பரப்பிற்கான திணிவு σ என்க.

$$\Delta m \approx \frac{1}{2} r^2 (\Delta \theta) \sigma.$$

$$\textcircled{5} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} r^2 \sigma \frac{2}{3} r \cos \theta d\theta \textcircled{10}$$

$$\frac{\pi}{2} r^2 \sigma \textcircled{5}$$

$$\frac{2r}{3\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta$$

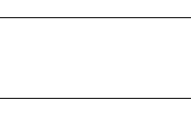
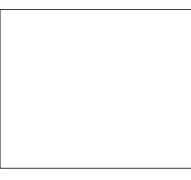
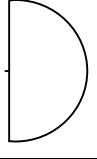
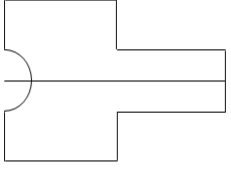
$$\frac{2r}{3\pi} \sin \theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \textcircled{5}$$

$$\frac{2r}{3\pi} \left[2 \sin \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\frac{4r}{3\pi} \textcircled{5}$$

$$\text{அடரின் மையத் தூரம்} = \frac{4r}{3\pi}$$

40

பொருள்	திணிவு	RS இல் இருந்தான திணிவு மையதூரம் (\rightarrow)
D  C A B	$2a^2 \sigma$	$3a$
R  Q S P	$4a^2 \sigma$	a
$\frac{a}{2}$ 	$\frac{1}{2} \cdot \pi \times \frac{a^2}{4} \sigma$	$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{a}{2} \square \frac{2a}{3\pi}$
	$\left(6 - \frac{\pi}{8} \right) a^2 \sigma$	\bar{x}_1

10

10

10

5

திணிவு மைய வரைவிலக்கணப்படி

$$\frac{a^2 \sigma}{8} (48 - \pi) \bar{x}_1 = 2a^2 \sigma \times 3a + 4a^2 \sigma \times a - \frac{\pi a^2}{8} \sigma \times \frac{2a}{3\pi} \quad (10)$$

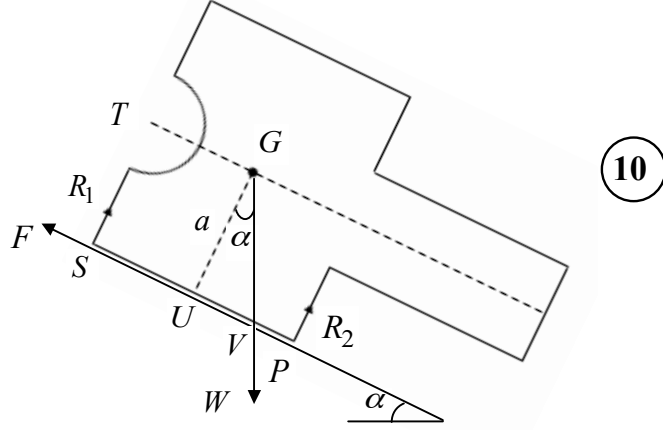
$$\frac{(48 - \pi)}{8} \bar{x}_1 \square \left(10 - \frac{1}{2}\right) a$$

$$\frac{(48 - \pi)}{8} \bar{x}_1 \square \frac{119}{12} a$$

$$\therefore \bar{x}_1 \square \frac{238}{3(48 - \pi)} a \quad (5)$$

$$\square k a.$$

50



PS ஆனது தளத்துடன் தொடுகையில் இருப்பதால் $UV < UP$ (10)

$$a \tan \alpha \square 2a - ka.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \square (2 - k).(k \square 2.) \quad (10)$$

$$R_1 + R_2 = w \cos \alpha \quad (10)$$

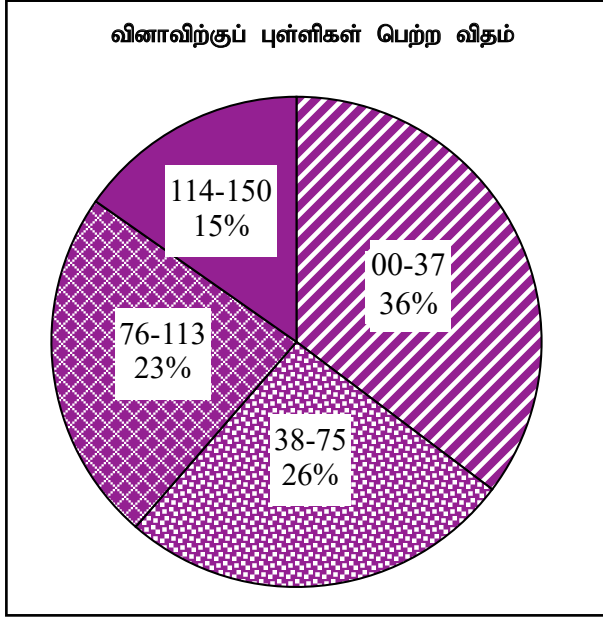
$$F \square w \sin \alpha \quad (5)$$

$$L \text{ வழக்காது இருப்பதால் } \square \geq \frac{F}{R_1 \square R_2}. \quad (10)$$

$$\Rightarrow \square \geq \tan \alpha. \quad (5)$$

60

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



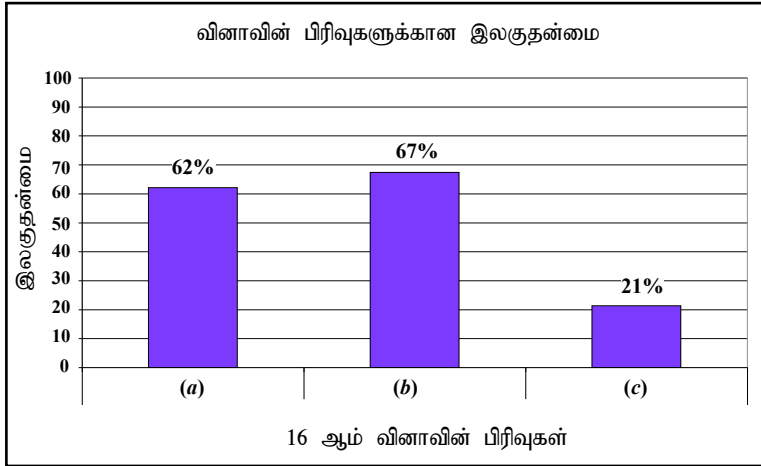
இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 60% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 51% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 36% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 26% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 23% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 15% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 3 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (b) ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 67% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (c) இன் உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 21% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

பரீட்சார்த்திகளுள் 60% ஆனோர் இவ்வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 51% ஆகும். இது மூன்று பகுதிகளைக் கொண்ட வினாவாகும். அவற்றின் இலகுதன்மை 21% இலிருந்து 67% வரையிலான வீச்சில் அமைந்துள்ளது. பகுதி (a) யில் வீச்சின் எல்லைப் பிரசினத்திற்கு உரியதாக கண்டு பிடிப்பதில் இருந்த தவறு காரணமாக புள்ளிகள் குறைவடைந்திருந்தன. பகுதி (b) இற்காக பகுதி (a) யின் இடையை பயன்படுத்தி சரியான விடையைப் பெற இலகுவாக இருந்தது. தள அடரின் திணிவு மையத்தை கணிப்பிடுவதற்காக y அச்சில் RS ஐ தெரிவு செய்தமையினால் தவறு ஏற்பட்டிருந்தது. பகுதி (c) யில் பொருளின் சமச்சீரிற்கு தேவையானவாறு தரப்பட்ட உருவத்தின் விசையை சரியாக குறிக்காமையினால் பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு தேவையான சமன்பாட்டை எழுதுவதில் தவறு ஏற்பட்டு இருந்தது. இதற்கேற்ப திண்மம் வழக்குதல் மற்றும் உருளைக்குரிய சமன்பாட்டை எழுதுவதில் உள்ள தவறு காரணமாக விடையைப் பெற முடியாமைக்கான காரணமாகும். இந்தப் பிரசினத்திலே பாட உள்ளடக்கத்துக்குரிய பொருளின் திணிவு மையத்தைக் காண்பதில் பயிற்சி வழங்குவதன் மூலம் அந்தப் பகுதிக்காக கண்டிப்பாக புள்ளிகளை பெற ஊக்குவிக்க முடியும். சரியான விசைகள் குறித்து பொருத்தமாக தீர்ப்பதற்கு பரீட்சார்த்திகளை ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

- 17.(a) ஒரு கோடாத சதுரமுகித் தாயக் கட்டை A அதன் ஆறு தனித்தனி முகங்களின் மீது 1, 2, 3, 3, 4, 5 ஆகியவற்றைக் காட்டுகின்றது. தாயக் கட்டை A இரு தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது. பெறப்படும் இரு எண்களினதும் கூட்டுத்தொகை 6 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

முகங்களின் மீது உள்ள எண்கள் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் A இற்குச் சர்வசமனான வேறொரு தாயக் கட்டை B அதன் ஆறு தனித்தனி முகங்களின் மீது 2, 2, 3, 4, 4, 5 ஆகியவற்றைக் காட்டுகின்றது. தாயக் கட்டை B இரு தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது. பெறப்படும் இரு எண்களினதும் கூட்டுத்தொகை 6 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இப்போது A, B ஆகிய இரு தாயக் கட்டைகளும் ஒரு பெட்டியில் இடப்படுகின்றன. பெட்டியிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு தாயக் கட்டை வெளியே எடுக்கப்பட்டு இரு தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது. பெறப்படும் இரு எண்களினதும் கூட்டுத்தொகை 6 எனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது, பெட்டியிலிருந்து வெளியே எடுக்கப்பட்ட தாயக் கட்டை A ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

- (b) x_1, x_2, \dots, x_n என்னும் n எண்களின் இடையும் நியம விலகலும் முறையே μ_1 உம் σ_1 உம் y_1, y_2, \dots, y_m என்னும் m எண்களின் இடையும் நியம விலகலும் முறையே μ_2 உம் σ_2 உம் ஆகும். இவ்வெல்லா $n + m$ எண்களினதும் இடையும் நியம விலகலும் முறையே μ_3 உம் σ_3 உம் ஆகுமெனக் கொள்வோம்.

$$\mu_3 = \frac{n\mu_1 + m\mu_2}{n + m} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$d_1 = \mu_3 - \mu_1 \text{ எனக் கொள்வோம். } \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_3)^2 = n(\sigma_1^2 + d_1^2) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$d_2 = \mu_3 - \mu_2 \text{ என எடுப்பதன் மூலம் } \sum_{j=1}^m (y_j - \mu_3)^2 \text{ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையை எழுதுக.}$$

$$\sigma_3^2 = \frac{(n\sigma_1^2 + m\sigma_2^2) + (nd_1^2 + md_2^2)}{n + m} \text{ என உய்த்தறிக.}$$

ஒரு புதிய புத்தகத்தை வெளியிட்ட பின்னர் முதல் 100 நாட்களின்போது ஒரு நாளிற்கு விற்கப்படும் பிரதிகளின் எண்ணிக்கையின் இடை 2.3 உம் மாற்றற்றின் 0.8 உம் ஆகும். அடுத்த 100 நாட்களின்போது ஒரு நாளிற்கு விற்கப்படும் பிரதிகளின் எண்ணிக்கையின் இடை 1.7 உம் மாற்றற்றின் 0.5 உம் ஆகும். முதல் 200 நாட்களின்போது ஒரு நாளிற்கு விற்கப்படும் பிரதிகளின் எண்ணிக்கையின் இடையையும் மாற்றற்றினையும் காண்க.

- (a) தாயக்கட்டையின் எறிதலின் போது நிகழ்வு $P(n)$

n	1	2	3	4	5
$P(n)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

i எறிதலின் பெறப்படும் எண் X_i என்க. இங்கு $i = 1, 2$

$$\text{ஆகவே } P(X_1 \square X_2 \square 6) = P(X_1 \square 1, X_2 \square 5) + P(X_1 \square 5, X_2 \square 1)$$

$$+ P(X_1 \square 2, X_2 \square 4) + P(X_1 \square 4, X_2 \square 2)$$

$$+ P(X_1 \square 3, X_2 \square 3).$$

$$= 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{9}.$$

15

5

20

B என்ற தாயக்கட்டைகளை X_i இற்கு Y_i இனைப் பயன்படுத்துவோம்.

n	2	3	4	5
P_n	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

அப்போது $Y_1 \square Y_2 \square 6 \square 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \square \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$ (15)

$= \frac{1}{4}$. (5)

20

Bayes தேற்றப்படி

$P_A | \text{sum} \square 6 \square \frac{P_{\text{sum} \square 6 | A} P_A}{P_{\text{sum} \square 6 | A} P_A + P_{\text{sum} \square 6 | B} P_B}$ (10)

$= \frac{\frac{2}{9} \times \frac{1}{2}}{\frac{2}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{8}{17}$. (5)

30

(b) $\bar{x}_1 \square \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ $\bar{x}_2 \square \frac{\sum_{j=1}^m y_j}{m}$. (5)

$\bar{x}_3 \square \frac{\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{j=1}^m y_j}{m + n}$ (5)

$\square \frac{n\bar{x}_1 + m\bar{x}_2}{m + n}$. (5)

15

$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_3)^2 \square \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1 + \bar{x}_1 - \bar{x}_3)^2$ (5)

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1 - d_1)^2$$

$$\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}_1)^2 - 2d_1(x_i - \bar{x}_1) + d_1^2] \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}_1)^2 - 2d_1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1) + \sum_{i=1}^n d_1^2] \quad (5)$$

$$= n\sigma_1^2 + nd_1^2 \left(\because \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1) = 0, \quad \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1)^2}{n} \right)$$

$$= n(\sigma_1^2 + d_1^2). \quad (5)$$

30

அவ்வாறே $\sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y}_3)^2 = m(\sigma_2^2 + d_2^2)$, இங்கு $d_2 = \bar{y}_3 - \bar{y}_2$. (5)

05

$$\begin{aligned} \sigma_3^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_3)^2 + \sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y}_3)^2}{m+n} \quad (5) \\ &= \frac{n(\sigma_1^2 + d_1^2) + m(\sigma_2^2 + d_2^2)}{m+n} \\ &= \frac{(n\sigma_1^2 + m\sigma_2^2) + n(d_1^2 + md_2^2)}{m+n}. \quad (5) \end{aligned}$$

10

முதல் 100 நாட்களுக்கு

$$n = 100, \bar{x}_1 = 2.3, \sigma_1 = 0.8$$

அடுத்த 100 நாட்களுக்கு

$$m = 100, \bar{x}_2 = 1.7, \sigma_2 = 0.5 \quad (5)$$

$$\bar{x}_3 = \frac{230 + 170}{200} = 2. \quad (5)$$

$$d_1 = -0.3, \quad d_2 = 0.3 \text{ ஆகும்.}$$

$$\sigma_3^2 = \frac{100}{200} [0.8^2 + 0.5^2 + (0.3)^2 + (0.3)^2] \quad (5)$$

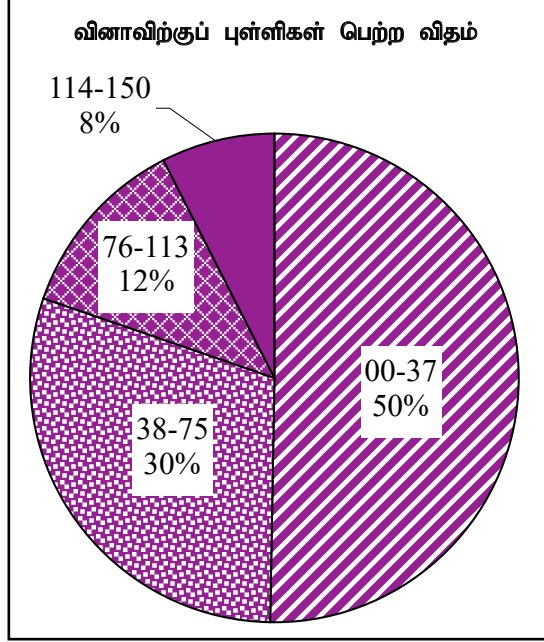
$$= \frac{1}{2} [0.64 + 0.25 + 0.09 \times 2]$$

$$= \frac{1.07}{2} = 0.535$$

$$\sigma_3 = \sqrt{0.535}. \quad (5)$$

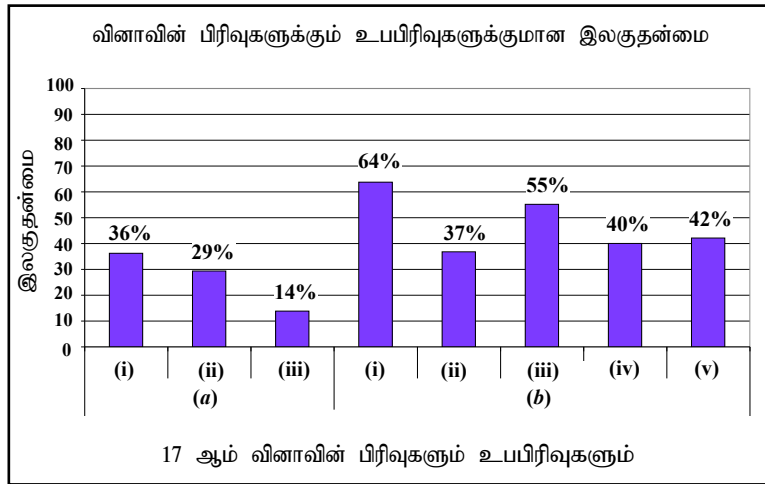
20

17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 47% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 37% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 50% இனரும் 38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 30% இனரும் 76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 12% இனரும் 114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 8% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா 8 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. கூடிய இலகுதன்மை பகுதி (b) ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 64% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் உபபகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 14% ஆகும்.

[பக்கம் 11 இன் 9 ஆம் வரைபிற்கேற்ப]

இந்த வினாவும் (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டதுடன் பகுதி (a) ஆனது நிகழ்தகவையும் பகுதி (b) ஆனது புள்ளிவிபரவியலும் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. பகுதி (a) இனது இலகுதன்மை 25% உம் பகுதி (b) இனது இலகுதன்மை 43% உம் ஆகும்.

பகுதி (a) ஆனது மூன்று உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் முதல் இருபகுதிகளும் பொதுவான நிகழ்தகவு ஆவதுடன் உபபகுதி (iii) ஆனது பேயசின் தேற்றப்படி பயன்படுத்தி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த மூன்று உபபகுதிகளும் 40% இற்கும் குறைவான இலகுமட்டத்தில் காணப்படுகின்றன. பிரசினத்திற்குரிய சம்பவத்தை சரியாக அறிந்து கொள்ளாமை இந்த பின்னடைவிற்கு காரணமாகும்.

பகுதி (b) ஆனது ஐந்து உப பகுதிகளைக் கொண்டது. உபபகுதி (i) ஆனது மிகக் கூடிய இலகுதன்மையான 64% இனைக் கொண்டுள்ளதுடன் உபபகுதி (ii) ஆனது மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையைக் கொண்டிருப்பதுடன் அது 37% ஆகும். பகுதி (c) ஆனது புள்ளி விபரவியல் பரம்பல்கள் இரண்டினது இடை மற்றும் நியம விலகல் காண்பது எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. உபபகுதி (i) இலே கூட்டுப் பரம்பலினது இடையைக் காண்பதில் அனேக பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமாக விடையளித்து இருந்தனர். உபபகுதி (ii) இன் $x_i - \mu_3$ இனை சரியாக காட்டாமையினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு விடையை அண்மிக்க முடியாதிருந்தது. உபபகுதி (iii) ஆனது உய்த்தறிதலினால் போதியளவு எதிர்பார்த்த விடையை அண்மித்து இருந்தனர். உபபகுதி (iv) இற்கு கூட்டுப் பரம்பலினது நியம விலகலைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. உபபகுதி (v) இல் தரப்பட்ட தரவுகளுக்காக இடை மற்றும் நியம விலகலைக் காண்பதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. கோட்பாடுகளை சரியாக பயன்படுத்தாமையினால் இந்தப் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடையளிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. கூட்டு புள்ளி விபரவியல் மூலம் இந்த பின்னடைவுகளை இல்லாது செய்ய முடியும்.

3. விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்

3.1 விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்கள்

பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ வினாத்தாளில் உள்ள அடிப்படை அறிவுறுத்தல்களை நன்றாக வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளல் வேண்டும். அதாவது ஒவ்வொரு பகுதியிலும் என்ன எண்ணிக்கையான வினாக்களுக்கு விடை அளிக்க வேண்டும். எந்த வினாக்கள் கட்டாயமானவை , எவ்வளவு புள்ளிகள் கிடைக்கும், எவ்வளவு நேரம் உள்ளது போன்ற விடயங்கள் தொடர்பாக கவனமாக இருக்க வேண்டியதுடன் வினாவை நன்கு வாசித்து தெளிவான விளக்கத்தை பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய வினாவைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் A பகுதிகளின் சகல வினாக்களுக்கும் விடை அளித்தல் வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் B பகுதிகளின் 7 வினாக்களில் 5 வினாக்களைத் தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.
- ★ ஒவ்வொரு வினாக்களையும் புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்க வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது சுட்டெண்களை ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உரிய இடத்தில் எழுத வேண்டும்.
- ★ வினா எண் மற்றும் பகுதி வினா எண்களை சரியாக எழுத வேண்டும்.
- ★ எல்லா வினாக்களையும் நன்கு வாசித்து விடை எழுத வேண்டும். விடைகளின் கீழ் தரப்பட்டுள்ள தகவல்கள் பெறக்கூடிய விடைகள் அல்லது நிறுவக்கூடிய பெறுபேறுகள் எவ்வாறானவை என்பவற்றை தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ வினாக்களுக்கு விடை எழுதும் போது இருக்கும் நேரத்தை சரியான வகையில் முகாமைத்துவம் செய்து கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தெளிவான கையொப்பத்தில் விடைகள் எழுதப்படல் வேண்டும். விடைகள் எழுதும்போது நீலம் அல்லது கருப்பு நிற பேனாக்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனைய நிறப் பேனாக்கள் பயன்படுத்துவதைத் தவர்க்கவும்.

விசேட அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ படங்கள் வரைய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றை மிகவும் தெளிவாக வரைந்து பெயரிட வேண்டும். இங்கு கோடுகளின் நீளங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பருமனை சரியான படத்தில் உப வரிப்படங்களிலும் காட்டுவது அவசியமாகும். வரிப்படங்களின் உண்மைத்தன்மை தொடர்புகளைக் காட்டி அதன் மூலம் இலகுவாக விடைகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும். படங்களின் திருத்தத்தன்மை தொடர்புகளைக் காண்பதற்கு அவற்றின் மூலம் இலகுவில் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள அவசியமாகும்.
- ★ கணிப்பீடுகளில் ஒவ்வொரு படிமுறைகளையும் தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டியதுடன் தேவையான இடங்களில் படிமுறைகளிடையேயான தொடர்பைக் காட்டும் சமனான புள்ளி அல்லது வேறு குறியீடுகளை எழுதிக்காட்டுவதில் கவனம் செலுத்த வேண்டும். ஒரு படிமுறையில் அல்லது பக்கத்தில் உள்ள கூற்று மற்றும் சமன்பாடுகள் அடுத்த படிமுறைக்கு அல்லது பக்கத்திற்குப் பிரதி செய்யும் போது அவற்றின் சரியான தன்மை தொடர்பாக கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தேவையான இடங்களில் சரியான அலகுகளைப் பயன்படுத்தல் வேண்டும். தேவையான சந்தர்ப்பங்களில் சரியான அலகுகள், அளவுகளை குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ வரைபுகள் கீறும்போது X, Y அச்சுகளை சரியாகப் பெயரிட்டு அளவிடை செய்யப்பட வேண்டும். தேவைப்படும் போது அலகுகளைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ அடிப்படை சமவிகிதம் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.

- ★ அடிப்படை கேத்திர கணித அறிவை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.
உதாரணம் : (1) இணைகரத்தின் பண்புகள்
(2) சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்
(3) ஒழுங்கான பல்கோணியின் பண்புகள்
(4) மைய எல்லைத் தேற்றம் மற்றும் மறுதலை
(5) இயல்பொத்த முக்கோணிகள்
(6) வட்டம் தொடர்பான தேற்றங்கள்
(7) சமச்சீரான பண்புகள்
- ★ காரணிகளுக்கு வேறாக்கக் கூடிய இருபடிக் கோவையை ஒரே முறையில் வேறாக்கக் கூடிய திறமையைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.
- ★ காவிகளைக் குறிக்கும் போது சரியான குறியீடுகளை பயன்படுத்துவதை கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அவ்வாறெனில் விடுவித்தல், உறுதிசெய்தல், பெற்றுக்கொள்ளல் போன்ற பதங்களை கவனமாகக் கையாள வேண்டியதுடன் அதற்கேற்ப விடையை பெறுவதற்கு முயல் வேண்டும். “அவ்வாறே அல்லது மாற்று முறைகளில்” என்பதைக் குறிப்பிடும் சந்தர்ப்பங்களில் பரவலாக முன்னர் பெற்ற பெறுபேற்றைப் பாவித்து விடையைப் பெறுதல் சிறந்தது.
- ★ தரப்பட்ட தகவல்களைப் பயன்படுத்தி முடிவிற்கு வரக்கூடிய சந்தர்ப்பத்திலே நிகர்மாற்று செய்முறைகளை முன்வைத்து புள்ளிகள் இல்லாது போவதற்கு அல்லது குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமையும். அதனால் வினாவின் மூலம் எதிர் பார்க்கப்படும் முறையில் விடை எழுதப்பட வேண்டும். எனினும் “ஆக இருப்பின் மட்டும்” அல்லது “எனின் மட்டும்” உண்மை என நிறுவ வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் நிகர்மாற்று முறையில் பெறுபேறு பெறப்படும் என நிறுவப்படுமாறு விடைகளை முன்வைக்க வேண்டும்
- ★ எப்போதும் இறுதி விடையை எளிய முறையில் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். இறுதி விடையை வினாவில் வினவப்பட்டுள்ள முறைக்கேற்ப தெளிவாகக் காட்டப்பட வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது கையெழுத்து இலக்கம் மற்றும் குறியீடுகளை தெளிவாகவும் சரியாகவும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ விடையைப் பெறுவதற்கு ஏற்ப தேவையான சுருக்குதல்களை மேற்கொள்ளல் (எண்சார்ந்த, அட்சரகணித அல்லது திரிகோண கணித) செய்கை முறையாக கருதி விடைகளுடன் இறுதியில் ஒப்படைக்கவும்.
- ★ விடையைப் பூரணப்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பமாயினும் வினாவிற்கு விடை பெற்றுக்கொள்வதற்கு தேவையான உரிய எஞ்சிய படிமுறைகளை எழுதிக் காட்டுவதற்கு கூடுதலான திறமை இருக்க வேண்டும்.
- ★ வினாவின் இறுதிப் புள்ளிகளை விட ஆரம்ப பகுதிகளில் சுயாதீனமாக இலகுவான பகுதிகள் இருக்கக் கூடிய வினாக்களில் முதல் பகுதி தெளிவில்லாது விடின் வினாவை கைவிட்டுவிடாது எஞ்சிய பகுதிகள் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்த வேண்டியது அவசியமாகும்.
- ★ சில சந்தர்ப்பங்களில் சில உபபகுதிகளை நிறுவாது அந்த விடையை தேவையெனின், பயன்படுத்தி எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக விடையை முன்வைக்கப்பட முடியும்.

3.2 கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாடுகள் தொடர்பான கருத்துக்களும் ஆலோசனைகளும்

- ★ பாடத்திட்டம், ஆசிரியர் வழிகாட்டல் கைநூல், வெளிவளங்களின் பயன்பாடு தொடர்பாக ஆசிரியர்களைப் போல மாணவர்களையும் அறிவுறுத்துவது மற்றும் பயன்படுத்துவது அவசியமாகும்.
- ★ மற்றும் பாட அறிவைப் புதுப்பிப்பதற்கும் விருத்தி செய்து கொள்வதற்கும் ஆசிரியர்கள் கவனம் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ தொழில்நுட்பக் கருத்துக்கள் (technical terms) விசேட கலைச் சொற்கள் தொடர்பாக பரீட்சார்த்திகளுக்கு தெளிவுறுத்தல் முக்கியமாகும்.
- ★ தமது விடய அறிவை மீட்டுவதற்கு மற்றும் தொடர்புபடுத்துவதற்கு ஆசிரியர்கள் வழிகாட்ட வேண்டும்.
- ★ இணைந்த கணிதம் போன்ற பாடங்களைக் கற்றல் பரீட்சை மையத்தைக் கொண்டிராத போதும் பரீட்சைகளில் பயன்படுத்தப்படும் வினாத்தாள்களில் உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற வேண்டுமெனின் மாதிரி வினாக்களைப் போன்று கடந்த வருடங்களின் வினாத்தாள்கள் மற்றும் புள்ளியிடும் திட்டங்களைப் பரீட்சித்து ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் மிகவும் சிறந்த விடையை எழுதுவது எவ்வாறு என்பது தொடர்பாக மாணவர்களுள் நல்ல விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும். இதற்காக மாணவர்களுக்கு முன்மாதிரியாக நடந்துகொள்வது ஆசிரியர்களின் பொறுப்பு என்பதை கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அட்டவணை இலக்கம் 4 இற்கு ஏற்ப 21-30 வரையான வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5636 ஆவதோடு மொத்தப் பரீட்சார்த்திகளில் 16.48% இணை குறித்து நிற்கின்றது. ஒவ்வொரு வருடங்களிலும் இந்தப் புள்ளி வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை அதற்கு கிட்டிய பெறுமானத்தை எடுக்கும். அதனால் எதிர்வரும் பரீட்சைகளில் இந்தப் பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் 31-40 வீச்சினுள் அல்லது அதற்குக் கூடிய புள்ளி மட்டத்திற்கு கொண்டு வருவதற்காக அவர்கள் அறிந்துகொண்டு விசேடமாக அந்த பரீட்சார்த்திகளை இலக்காகக் கொண்டு,
 - (i) உரிய கோட்பாடுகள் மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு உளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களை செய்வித்தல்
 - (ii) சுய பயிற்சிகளின் மூலம் அமது அறிவு மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு எளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களைச் செய்யவித்தல்
- ★ விசேடமாக இணைந்த கணிதத்திற்காக சுய கவனம் மிகவும் முக்கியமாக அவர்களுக்கு அறியக் கொடுக்க வேண்டும். ஆரம்பத்திலேயே தேவையான முயற்சிகளுடன் பரீட்சைக்குப் பொருத்தமான மட்டத்தில் பிரசினத்திற்கு சரியான விடையை அளிப்பதற்கு அவர்களை ஈடுபடுத்தல் சிறந்தது.

Dear students!

**We have Past Papers and
Answers (Marking
Schemes), Model Papers
and Note books for
English, Tamil and Sinhala
Medium).**

Please visit :

www.freebooks.lk

or click on this page to visit our site!